Algorithmique & Programmation Orientée Objet Semestre 2 ST

Algorithmes de recherche et de tri

Problématique

- Traitements classiques de l'informatique:
  - Recherche d'une valeur dans un ensemble de valeurs
  - Tri d'un ensemble de valeurs selon un critère d'ordre total
- Multiples algorithmes visant à assurer ces traitements de la manière la plus efficace possible
- Choix entre telle ou telle méthode de traitement influencé par des critères tels que:
  - Rapidité intrinsèque de l'algorithme (nombre d'instructions exécutées, nombre d'accès à la mémoire, ...)
  - Taille de l'ensemble de données

- Possibilité particulière d'exploitation des caractéristiques propres de l'ensemble de données
- Taille de l'empreinte mémoire (quantité de mémoire nécessaire au fonctionnement) associée à tel ou tel algorithme
- Facilité d'implantation de l'algorithme
- ...

Recherches

Recherches dans un "tas" de données sans organisation particulière

- Stockage des données dans des tableaux -> données de même type
- **Problème**: Rechercher une donnée dans un tableau non particulièrement organisé:
  - Test de présence
  - Recherche de minimum
  - Recherche de maximum
  - Recherche de l'occurrence d'une chaîne de caractères dans une autre chaîne de caractères
  - ...

- **Recherche de minimum**

- Algorithme naturel:
  - Utilisation d'une variable "minimum courant" pour stocker le minimum déjà trouvé
  - Initialisation de cette variable avec la première valeur du tableau
  - Parcours séquentiel **complet** du reste du tableau au moyen d'un "pour"
    - A chaque valeur parcourue, réaffectation du minimum courant avec la valeur en cours si celle-ci est plus petite que le minimum courant

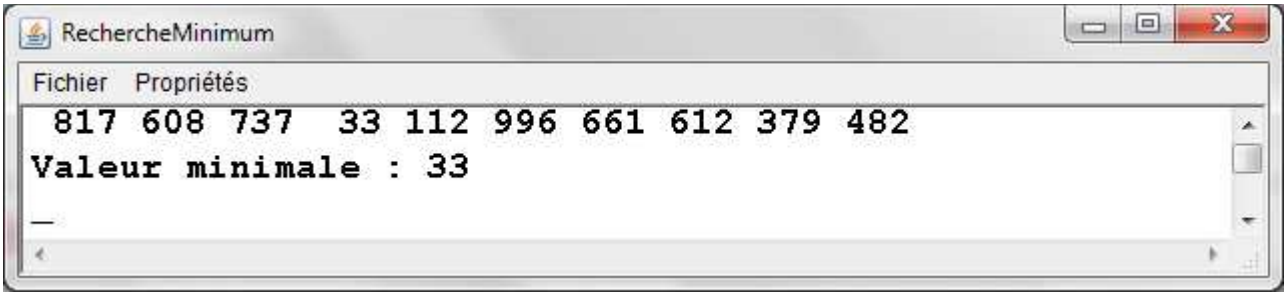
```
{ Recherche et retour de la valeur minimale       }
{ présente dans un tableau d'entiers              }
{ sans organisation particuliere                  }
{ Methode sequentielle                            }
{ t : le tableau d'entiers de recherche           }
{     (au moins une valeur)                       }

entier fonction valeurMinimale(-> entier [] t)
   entier i
   entier min
  min <- t[0]
   si longueur(t) > 1 alors
     pour i de 1 à longueur(t)-1 faire
       si t[i] < min alors
        min <- t[i]
```

```
        fsi
      fait
   fsi
   retourner min
fin fonction
```

RechercheMinimum.lda

```
/* Fonction de recherche et retour de la valeur  */
/* minimale contenue dans un tableau de int      */
/* sans organisation particuliere                */
/* Methode sequentielle                          */
/* t : Le tableau d'entiers de recherche         */
/*     (au moins une valeur)                     */

static int valeurMinimale(int [] t) {
   int min = t[0];
   for ( int i = 1 ; i < t.length ; i++ ) {
     if ( t[i] < min ) {
      min = t[i]; } }
   return min;
}
```

RechercheMinimum.java - Exemple d'exécution



- **Test de présence**

- Algorithme intuitif:
  - Parcours séquentiel **possiblement** complet du tableau au moyen d'un "tant que"
    - A chaque valeur parcourue, si celle-ci est égale à la valeur recherchée, inutile d'aller plus loin car on l'a trouvée
      -> Retourner vrai
    - Parcours stoppé lorsque la dernière valeur du tableau a été traitée sans avoir trouvé la valeur recherchée
      -> Retourner faux
- Implantation
  - Utilisation d'une variable booléenne pour indiquer si la valeur recherchée a été trouvée

- Initialisation de cette variable à faux car, avant d'avoir véritablement commencer à chercher, on n'a pas trouvé
- Affectation de cette variable à vrai au cours de la recherche si la valeur recherchée est trouvée
- Parcours séquentiel au moyen d'un "tant que"
  - parcours éventuellement complet car on peut avoir à rechercher jusqu'à la dernière valeur
  - parcours éventuellement non complet car, si la valeur recherchée a été trouvée, il n'est plus nécessaire de continuer à chercher

  -> Construction d'une expression conditionnelle non canonique portant sur la variable booléenne et sur l'indice de parcours

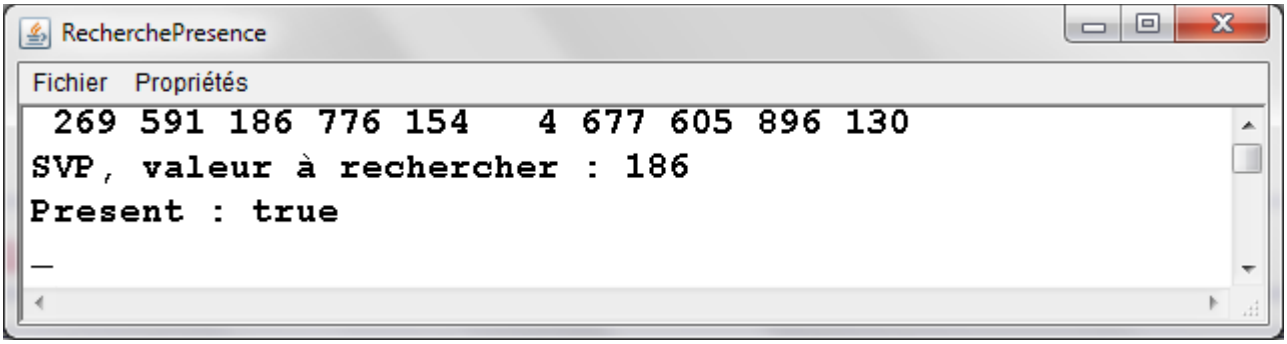
```
{ Test de la présence d'une valeur entiere       }
{ dans un tableau d'entiers                      }
{ sans organisation particuliere                 }
{ Methode sequentielle                           }
{ Retour de vrai si présent, faux sinon          }
{ v : Entier recherché                           }
{ t : Le tableau d'entiers de recherche          }

booleen fonction estPresent(-> entier v,
                            -> entier [] t)
   booleen trouve <- faux
   entier i <- 0
   tantque ( trouve == faux ) et ( i < longueur(t) ) faire
     si t[i] == v alors
      trouve <- vrai
       sinon
      i <- i+1
     fsi
   fait
   retourner trouve
fin fonction
```

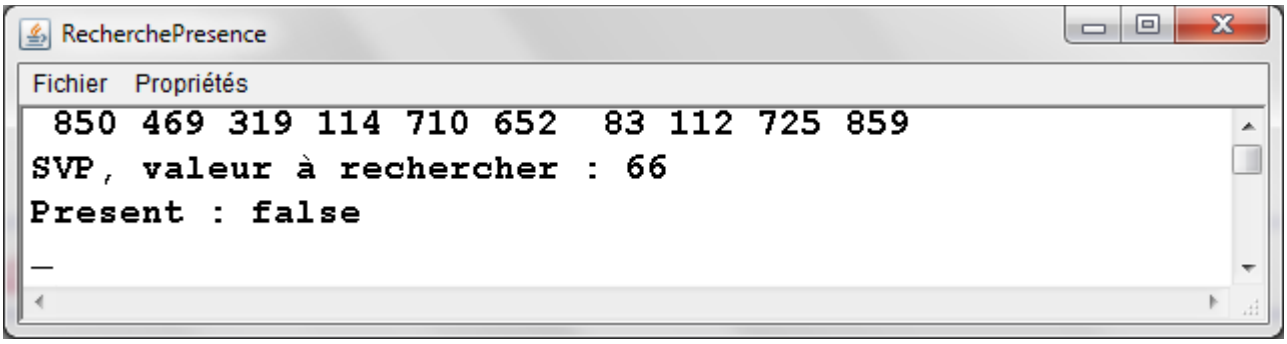
RecherchePresence.lda

```
/* Fonction de recherche de la presence          */
/* d'une valeur entiere dans un tableau de int   */
/* sans organisation particuliere                */
/* Methode sequentielle                          */
/* Retour de true si présent, false sinon        */
/* v : Entier recherché                          */
/* t : Tableau d'entiers de recherche            */

static boolean estPresent(int v,int [] t) {
   boolean trouve = false;
   int i = 0;
```

```
    while ( ( trouve == false ) && ( i < t.length ) ) {
      if ( t[i] == v ) {
       trouve = true; }
        else {
       i++; } }
    return trouve;
}
```

RecherchePresence.java - Exemple d'exécution





Recherches dans un ensemble de données préalablement trié

- **Problème**: Rechercher une donnée dans un ensemble de données trié
- Optimisation des méthodes de recherche séquentielle utilisées dans les algorithmes présentés ci-dessus
- Implantation d'algorithmes fonctionnant de manière différente
- **Recherche de la présence d'une valeur dans un tableau trié: Méthode séquentielle**
- Interruption possible de la recherche dès que la valeur recherchée respecte le critère de tri par rapport à l'élément courant du tableau
  - Reconception de l'algorithme avec introduction d'une variable booléenne "run" indiquant si la recherche doit être continuée ou non et maintien de l'utilisation de la variable booléenne "trouvé" (celle sur laquelle porte le return) indiquant si la valeur à été trouvée ou non
  - Initialisation de run à vrai, affectation à faux pour arrêter la recherche

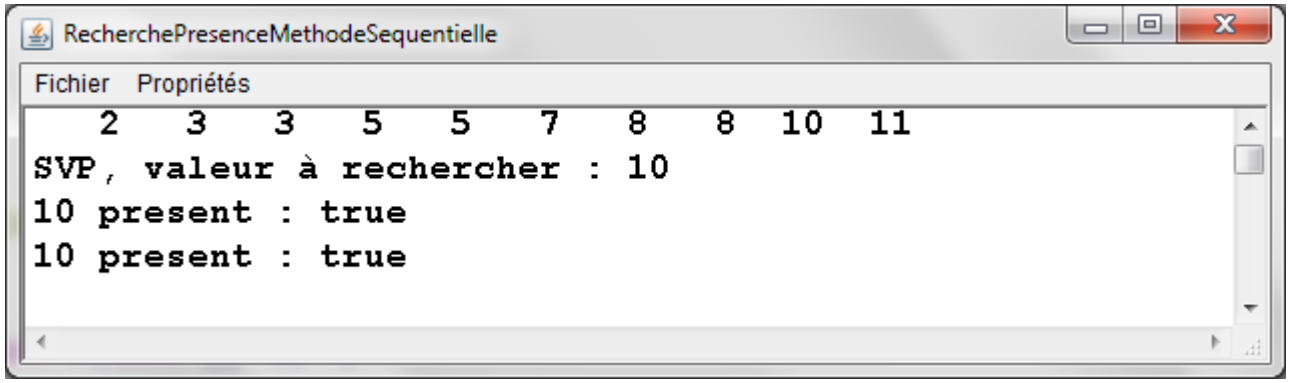
- Initialisation de trouvé à faux, affectation à vrai si valeur recherchée est trouvée
- Parcours du tableau au moyen d'un "tant que" portant sur cette variable qui doit être égale à vrai pour que la recherche soit poursuivie. A chaque étape de recherche:
  - Si égalité entre la valeur en cours et la valeur recherchée, on a trouvé donc on stoppe la recherche en affectant faux à run et vrai à trouve.
  - Si supériorité stricte, on ne pourra pas trouver donc on stoppe la recherche en affectant faux à run et faux à trouvé.
  - Si infériorité stricte, on poursuit la recherche à la valeur suivante du tableau si celle-ci existe.

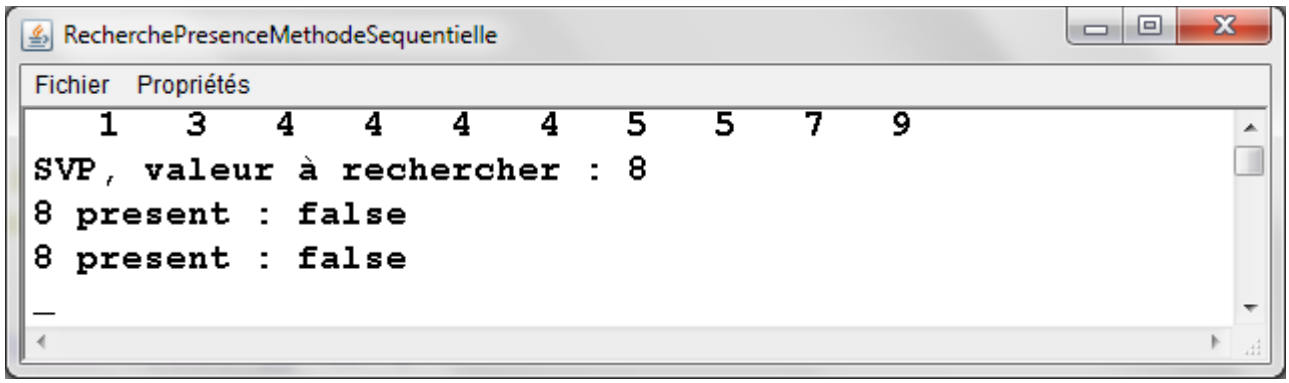
```
{ Test de la présence d'une valeur entiere       }
{ dans un tableau d'entiers trie                 }
{ par ordre croissant                            }
{ Methode sequentielle                           }
{ Retour de vrai si présent, faux sinon          }
{ v : Entier recherché                           }
{ t : Le tableau d'entiers de recherche          }
{     (trié par ordre croissant)                 }

booleen fonction estPresent(-> entier v,
                            -> entier [] t)
   booleen trouve <- faux
   booleen run <- vrai
   entier i <- 0
   tantque run == vrai faire
     si t[i] == v alors
      run <- faux
      trouve <- vrai
       sinon
       si t[i] > v alors
        run <- faux
         sinon
        i <- i+1
         si i == longeur(t) alors
          run <- faux
         fsi
       fsi
     fsi
   fait
   retourner trouve
fin fonction
```

RechercheMethodeSequentielle.lda

```
/* Recherche sequentielle de la presence          */
/* d'un int dans un tableau de int trié           */
/* par ordre croissant                            */
/* Retour de true si présent, false sinon         */
/* v : Entier recherché                           */
/* t : Tableau d'entiers de recherche             */
/*     (trié par ordre croissant)                 */

static boolean estPresent(int v,int [] t) {
   boolean run = true;
   boolean trouve = false;
   int i = 0;
   while ( run == true ) {
     if ( t[i] == v ) {
      run = false;
      trouve = true; }
       else {
         if ( t[i] > v ) {
        run = false; }
         else {
        i++;
         if ( i == t.length ) {
          run = false; } } } }
   return trouve;
}

/* Recherche sequentielle de la presence          */
/* d'un int dans un tableau de int trie           */
/* Version optimisee                              */
/* v : Entier recherché                           */
/* t : Tableau d'entiers de recherche             */
/*     (trié par ordre croissant)                 */

static boolean estPresent2(int v,int [] t) {
   int i = 0;
   while ( ( i != t.length ) && ( t[i] < v ) ) {
    i++; }
   return ( ( i < t.length ) && ( t[i] == v ) );
}
```

RecherchePresenceMethodeSequentielle.java - Exemple d'exécution





- **Recherche de la présence d'une valeur dans un tableau trié: Méthode dichotomique**

- Exploitation de l'ordre existant pour minimiser le nombre d'étapes de la recherche et donc accélérer son exécution : Diviser pour régner

- Algorithme par méthode dichotomique
  - Comparaison de la valeur médiane du tableau et de la valeur recherchée. Trois possibilités:
    - Egalité
    - Infériorité stricte
    - Supériorité stricte
  - Si égalité, présence de la valeur recherchée dans le tableau
    -> Inutile de continuer à chercher
    -> Retourner vrai
  - Si valeur recherchée plus petite que la valeur médiane, poursuite de la recherche dans le 1/2 tableau inférieur selon le même mode opératoire
  - Si valeur recherchée plus grande que la valeur médiane, poursuite de la recherche dans le 1/2 tableau supérieur selon le même mode opératoire
  - Quand arrêter la recherche?
    - Si tableau réduit à 1 élément, retourner vrai si égalité de cet élément avec la valeur recherchée, sinon retourner faux
    - Si tableau réduit à 2 éléments, retourner vrai si égalité de l'un de ses éléments avec la valeur recherchée, sinon retourner faux

- **Exemple**: Soit le tableau de 15 valeurs entières dans lequel la valeur 16 est recherchée:

- Indices de recherche: 0 et 14

10	12	12	15	16	18	21	23	23	25	28	29	31	33	36

- Etape 1:
  - Indices de recherche 0 et 14
  - Tableau non réduit à une ou deux valeurs
  - Indice de la valeur médiane: (0+14)/2 = 7
    -> Valeur médiane = 23
  - 23 plus grand que 16
    -> Sélection et poursuite sur le demi-tableau inférieur d'indice 0 à 7-1 = 6

10	12	12	15	16	18	21	23	23	25	28	29	31	33	36

- Etape 2:
  - Indices de recherche: 0 et 6
  - Tableau non réduit à une ou deux valeurs
  - Indice de la valeur médiane: (0+6)/2 = 3
    -> Valeur médiane = 15
  - 15 plus petit que 16
    -> Sélection et poursuite sur le demi-tableau supérieur d'indice 3+1 = 4 à 6

10	12	12	15	16	18	21	23	23	25	28	29	31	33	36

- Etape 3:
  - Indices de recherche: 4 et 6
  - Tableau non réduit à une ou deux valeurs
  - Indice de la valeur médiane est (4+6)/2 = 5
    -> Valeur médiane = 18
  - 18 est plus grand que 16
    -> Sélection et poursuite sur le demi-tableau inférieur d'indice 4 à 5-1 = 4

10	12	12	15	16	18	21	23	23	25	28	29	31	33	36

- Etape 4:
  - Indices de recherche: 4 et 4
  - Tableau réduit à une valeur
  - Valeur égale à la valeur recherchée
    -> Arrêter et retourner vrai

- Seulement 4 étapes de recherche au lieu d'au maximum 15 par la méthode séquentielle

- **Particularité de l'implantation de l'algorithme:**
  - Utilisation de deux variables booléennes run et trouve jouant les mêmes rôles que dans l'algorithme séquentiel (voir paragraphe précédent)
  - Pas d'extraction véritable des 1/2 tableaux
  - Utilisation de deux variables indiquant respectivement les indices initiaux et finaux (inclus) de la plage du tableau en cours pour la recherche
  - Détection du fait que la plage ne contient plus qu'un élément: L'indice final est égal à l'indice initial.
  - Détection du fait que la plage ne contient plus que deux éléments: L'indice final est égal à l'indice initial+1.

- **Algorithme précis:**
  - Soit une suite de n valeurs triée et stockée dans un tableau aux indices i_i=0 à i_f=n-1
  - Réalisation du traitement itératif suivant:
    - Si i_i égal i_f alors
      - Si valeur à l'indice i_i égale valeur recherchée alors arrêter et retourner vrai sinon arrêter et retourner faux
    - Sinon si i_i+1 égal i_f alors
      - Si valeur à l'indice i_i égale valeur recherchée ou si valeur à l'indice i_f égale valeur recherchée alors arrêter et retourner vrai sinon arrêter et retourner faux
    - Sinon trouver la valeur médiane v_m à l'indice $i_m=(i_i+i_f)/2$
      Si v_m égale la valeur recherchée alors arrêter et retourner vrai
    - Sinon si v_m plus grande que la valeur recherchée poursuite de la recherche dans la plage restreinte aux valeurs d'indice i_i à $i_f=i_m-1$
    - Sinon poursuite de la recherche dans la plage restreinte aux valeurs d'indice $i_i=i_m+1$ à i_f

```
{ Test de la présence d'une valeur entiere      }
{ dans un tableau d'entiers trie                }
{ par ordre croissant                           }
{ Methode dichotomique                          }
{ Retour de vrai si présent, faux sinon         }
{ v : Entier recherché                          }
{ t : Le tableau d'entiers de recherche         }
{     (trié par ordre croissant)                }

booleen fonction estPresent(-> entier v,
                            -> entier [] t)
```

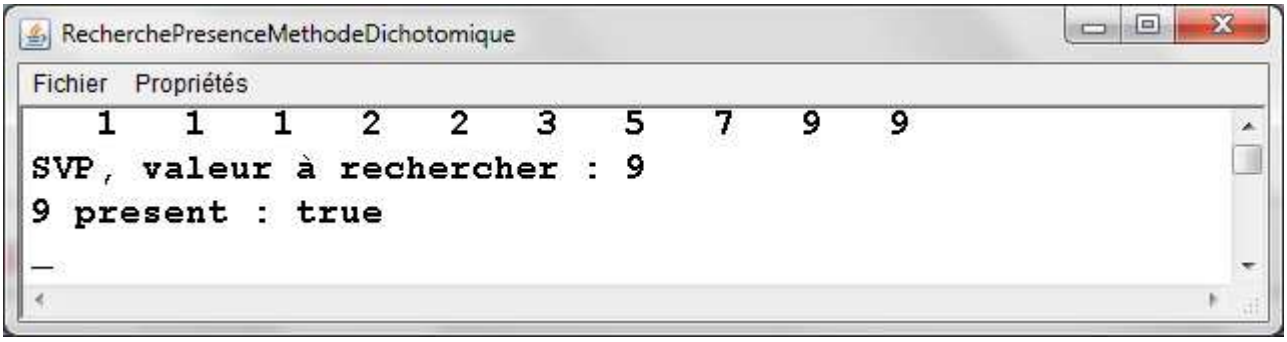
```
   booleen run <- vrai
   booleen trouve <- faux
   entier indi <- 0
   entier indf <- longueur(t)-1
   entier indm
   tantque run == vrai faire
     si indf == indi alors
       si t[indi] == v alors
        trouve <- vrai
       fsi
      run <- faux
       sinon
       si indf == indi+1 alors
         si t[indi] == v ou t[indf] == v alors
          trouve <- vrai
         fsi
        run <- faux
         sinon
        indm <- (indi+indf)/2
         si t[indm] == v alors
          run <- faux
          trouve <- vrai
           sinon
           si v < t[indm] alors
            indf <- indm-1
             sinon
            indi <- indm+1
           fsi
         fsi
       fsi
     fsi
   fait
   retourner trouve
fin fonction
```

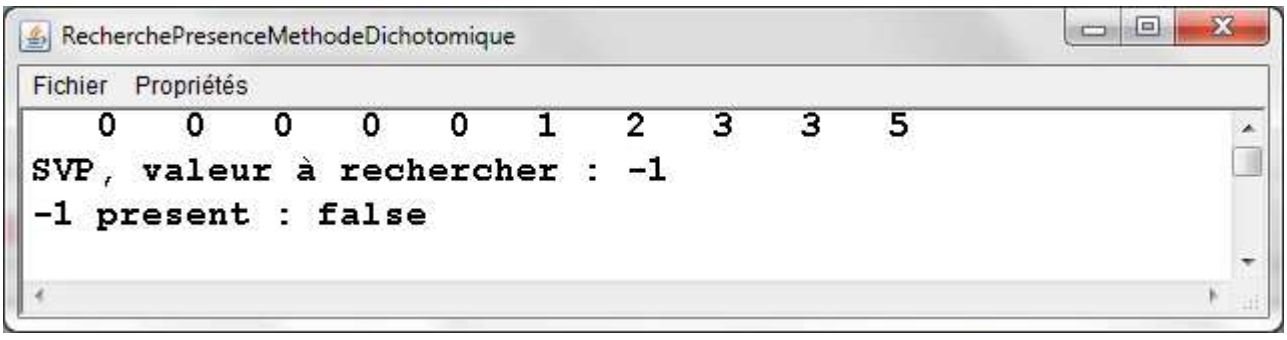
RecherchePresenceMethodeDichotomique.lda

```
/* Recherche dichotomique de la presence          */
/* d'un int dans un tableau de int trie           */
/* par ordre croissant                            */
/* Retour de true si présent, false sinon         */
/* v : Entier recherché                           */
/* t : Tableau d'entiers de recherche             */
/*     (trié par ordre croissant)                 */

static boolean estPresent(int v,int [] t) {
   boolean run = true;
   boolean trouve = false;
   int indi = 0;
   int indf = t.length-1;
```

```
    int indm;
    while ( run == true ) {
      if ( indf == indi ) {
        if ( t[indi] == v ) {
         trouve = true; }
       run = false; }
        else {
        if ( indf == indi+1 ) {
          if ( ( t[indi] == v ) || ( t[indf] == v ) ) {
           trouve = true; }
         run = false; }
          else {
         indm = (indi+indf)/2;
          if ( t[indm] == v ) {
           run = false;
           trouve = true; }
            else {
            if ( v < t[indm] ) {
             indf = indm-1; }
              else {
             indi = indm+1; } } } } }
    return trouve ;
}
```

RecherchePresenceMethodeDichotomique.java - Exemple d'exécution





- Inconvénient de la recherche dichotomique: Complexité algorithmique (pas extrême)
- Avantage de la recherche dichotomique: Grande rapidité par rapport à la recherche séquentielle
  - Algorithme séquentiel: Nombre d'itérations de l'ordre de la taille du tableau

- Algorithme dichotomique: Division par deux (approximativement) de la taille de l'espace de recherche à chaque itération
  -> De l'ordre de log_2(taille du tableau) itérations de recherche
- Même si chaque itération est individuellement plus lourde car plus exigeante en traitements, au delà d'une certaine taille de tableau, l'algorithme dichotomique devient plus efficace en terme de temps de calcul.
  -> Augmentation rapide de l'avantage en terme de performance avec la taille des tableaux traités

Test des vitesses d'exécution respectives en recherche séquentielle et en recherche dichotomique

Taille du tableau	Temps moyen en séquentiel (ns)	Temps moy. séq. / taille	Temps moyen en dichotomique (ns)	Temps moy. dichot. / log(taille)
10	91,768	9,177	121,188	52,631
100	483,727	4,837	210,259	45,657
1000	4536,665	4,537	307,968	44,583
10000	44416,836	4,442	409,051	44,412
100000	442247,503	4,423	515,514	44,777
1000000	4438623,398	4,439	638,674	46,229
10000000	45025699,915	4,503	984,331	61,070
100000000	478664345,952	4,787	1401,123	76,063

Tris

- Stockage des données à trier dans des tableaux
  -> Lourd et contraignant
  -> Impossible de dépasser la taille définie
  -> Impossible de changer la taille une fois définie
  -> Impossible d'insérer un élément sans décaler au préalable vers la droite tous les éléments au delà de la position d'insertion
  -> Impossible de supprimer le trou généré par la suppression d'un élément sans décaler vers la gauche tous les éléments au delà de la position de suppression
  -> Contraintes lourdes avec impact sur la facilité d'implantation et sur les performances

Algorithme de tri naïf

- Soit un "ensemble" de données E
- Problème: Trier cet ensemble selon un critère d'ordre total

- Algorithme naïf:
  - Créer un deuxième ensemble F vide
  - Réalisation de n (n = cardinal(E)) fois le traitement:
    - Extraction de E de l'élément e restant qui est le plus "petit" selon le critère de tri
    - Déplacement de e de l'ensemble E vers la première position disponible en tête de l'ensemble F

- **Exemple**: Tri par ordre décroissant d'un tableau de 10 entiers

- Tableaux initiaux

E

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16

F

---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Etape 1: Sélection de l'entier 19

E

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16

- Etape 1: Déplacement de 19 vers le tableau trié

E

16	15	12	10	12	15	---	18	10	16

F

19	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Etape 2: Sélection de l'entier 18

E

16	15	12	10	12	15	---	18	10	16

- Etape 2: Déplacement de 18 vers le tableau trié

E

16	15	12	10	12	15	---	---	10	16

F

19	18	---	---	---	---	---	---	---	---

- Etape 3: Sélection de l'entier 16

E

16	15	12	10	12	15	---	---	10	16

- Etape 3: Déplacement de 16 vers le tableau trié

E

---	15	12	10	12	15	---	---	10	16

F

19	18	16	---	---	---	---	---	---	---

- Etape 4: Sélection de l'entier 16

E

---	15	12	10	12	15	---	---	10	16

- Etape 4: Déplacement de 16 vers le tableau trié

E

---	15	12	10	12	15	---	---	10	---

F

19	18	16	16	---	---	---	---	---	---

- Etape 5: Sélection de l'entier 15

E

---	15	12	10	12	15	---	---	10	---

E

---	---	12	10	12	15	---	---	10	---

- Etape 5: Déplacement de 15 vers le tableau trié

F

19	18	16	16	15	---	---	---	---	---

- Etape 6: Sélection de l'entier 15

E

---	---	12	10	12	15	---	---	10	---

- Etape 6: Déplacement de 15 vers le tableau trié

E

---	---	12	10	12	---	---	---	10	---

F

19	18	16	16	15	15	---	---	---	---

- Etape 7: Sélection de l'entier 12

E

---	---	12	10	12	---	---	---	10	---

- Etape 7: Déplacement de 12 vers le tableau trié

E

---	---	---	10	12	---	---	---	10	---

F

19	18	16	16	15	15	12	---	---	---

- Etape 8: Sélection de l'entier 12

E

---	---	---	10	12	---	---	---	10	---

- Etape 8: Déplacement de 12 vers le tableau trié

E

---	---	---	10	---	---	---	---	10	---

F

19	18	16	16	15	15	12	12	---	---

- Etape 9: Sélection de l'entier 10

E

---	---	---	10	---	---	---	---	10	---

- Etape 9: Déplacement de 10 vers le tableau trié

E

---	---	---	---	---	---	---	---	10	---

F

19	18	16	16	15	15	12	12	10	---

- Etape 10: Sélection de l'entier 10

E

---	---	---	---	---	---	---	---	10	---

- Etape 10: Déplacement de 10 vers le tableau trié

E

---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

19	18	16	16	15	15	12	12	10	10

- Inconvénient principal de cet algorithme: Pas d'optimisation de l'empreinte mémoire
  - Espace mémoire nécessaire au stockage de l'ensemble E + un espace mémoire équivalent pour stocker l'ensemble F
- Autre inconvénient: Création de trous dans l'ensemble E en cours de "vidage"

Exemple d'exécution

- **Implantation**

- Non décrite ici

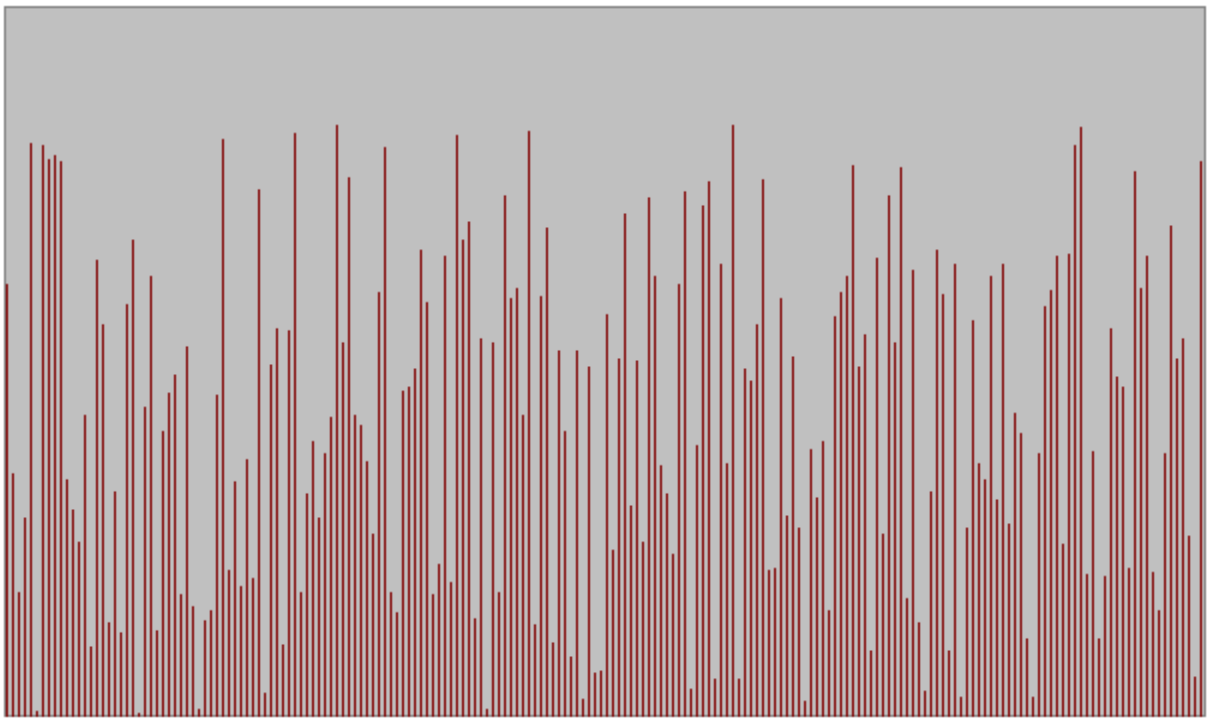
Buts visés par les algorithmes de tri classiques

- Implantation d'une empreinte mémoire minimum: L'espace occupé par le tableau à trier + les (quelques) variables de gestion de l'algorithme
  -> Tri possible sans risque de dépassement de capacité mémoire disponible
- Vitesse d'exécution "optimale"

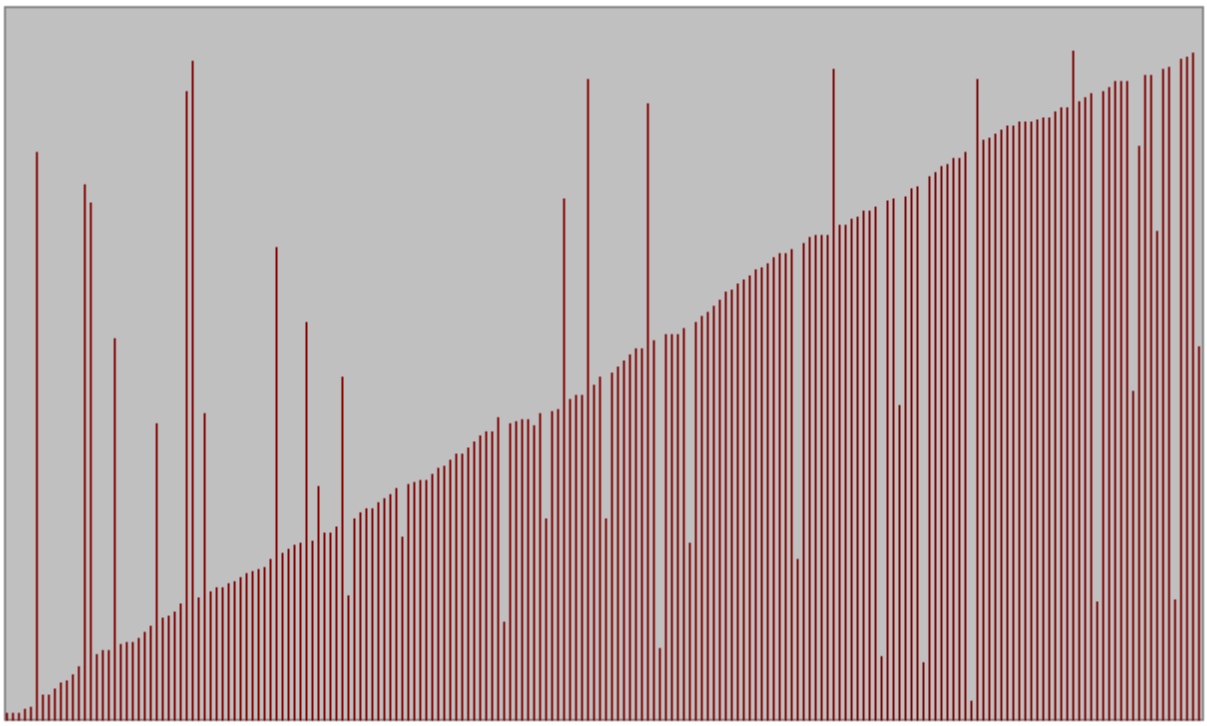
Performances

- A ne pas considérer en valeur absolue mais en valeur relative
- Paramètres ayant une incidence directe sur la rapidité d'exécution:
  - Langage de programmation
  - Choix d'implantation
  - Puissance de l'ordinateur
  - Occupation de l'ordinateur
  - ...

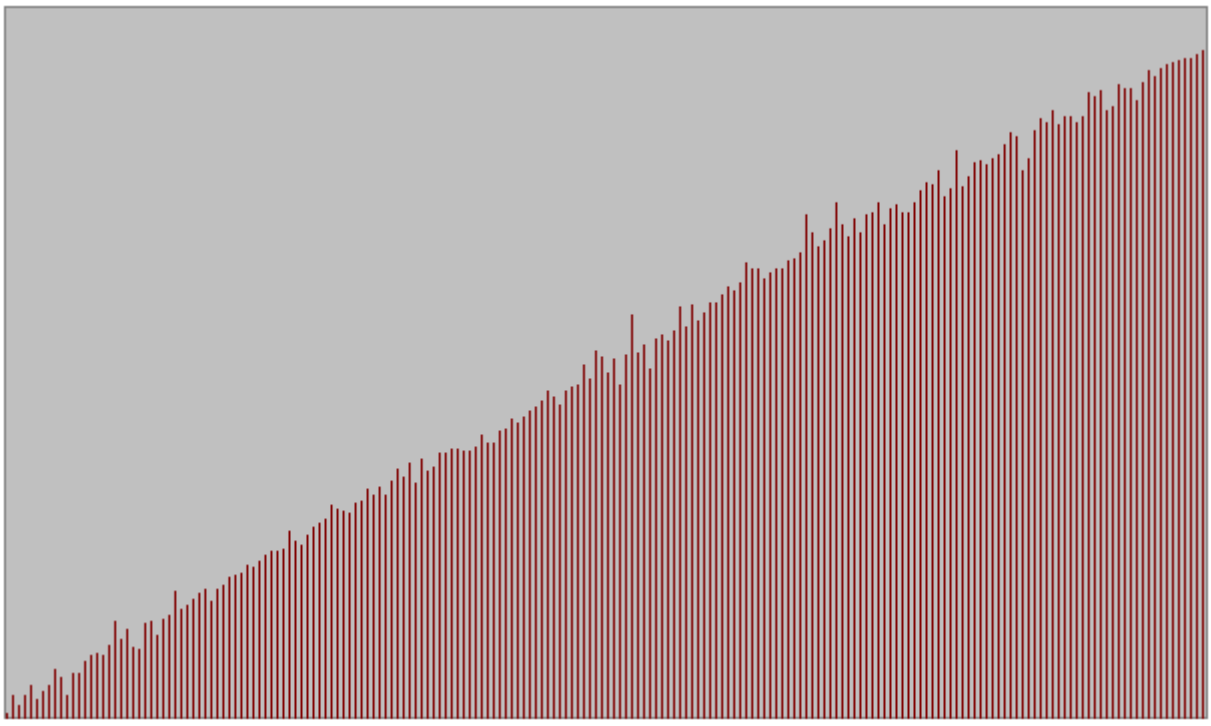
- Quatre types d'ensembles de données testés pour différentes tailles



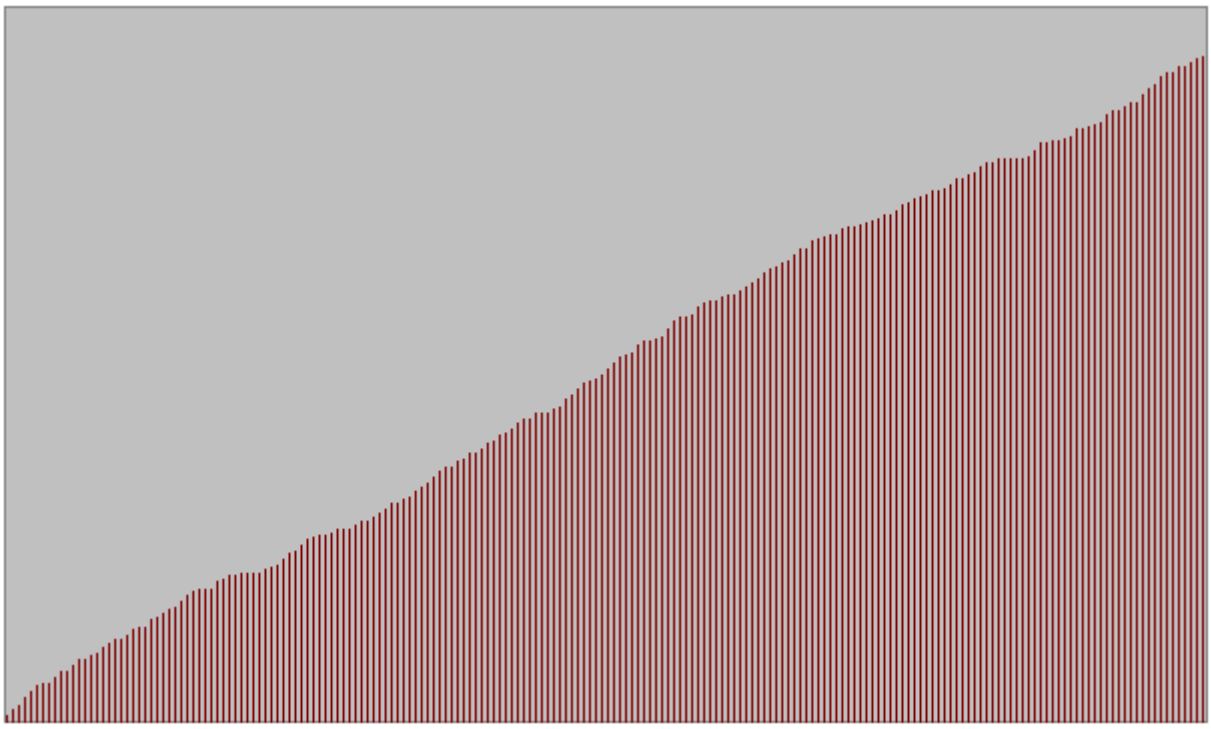
Série aléatoire



Série quasiment triée avec permutations entre les élements de n/10 couples de valeurs de positions aléatoires
(n: taille de l'ensemble)



Série quasiment triée avec permutations entre les élements de n/10 couples de valeurs voisines
(n: taille de l'ensemble)



Série déjà triée

Algorithme de tri par insertion

- Tri par insertion: Algorithme de tri naturellement utilisé par beaucoup de personnes (par exemple pour le tri d'un tas de cartes à jouer)

- Soit un ensemble de données E
- Problème: Trier cet ensemble selon un critère d'ordre total (i.e. tout couple de données est ordonnable selon le critère de tri)

- Algorithme:
  - Réalisation de n-1 (n = cardinal(E)) étapes de traitement numérotées i (à partir de 1):
    - Extraction de E de l'élément e d'indice i (indices comptés de 0 à n-1)
    - Insertion de e à sa place, selon la relation d'ordre du tri, dans la liste des éléments d'indice 0 à i-1 (éléments déjà triés)
      - Une place libérée par l'élément d'indice i
        -> Décalage possible de toutes les données nécessaires à l'insertion à l'étape i

- Création d'une zone triée en début de tableau dont la taille augmente de un élément à chaque étape de traitement

- **Exemple**: Tri par ordre croissant d'un tableau de 10 entiers

- Tableau initial

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16

- Etape 1: Insertion de 15 (indice 1) en position 0 dans la liste composée du seul élément d'indice 0
  -> Décalage de 16 vers la place libérée par le 15

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16

15	16	12	10	12	15	19	18	10	16

- Etape 2: Insertion de 12 (indice 2) en position 0 dans la liste composée des éléments d'indice 0 à 1
  -> Décalage des valeurs d'indice 0 à 1

15	16	12	10	12	15	19	18	10	16

12	15	16	10	12	15	19	18	10	16

- Etape 3: Insertion de 10 (indice 3) en position 0 dans la liste composée des éléments d'indice 0 à 2
  -> Décalage des valeurs d'indice 0 à 2

12	15	16	10	12	15	19	18	10	16

10	12	15	16	12	15	19	18	10	16

- Etape 4: Insertion de 12 (indice 4) en position 2 dans la liste composée des éléments d'indice 0 à 3
  -> Décalage des valeurs d'indice 2 à 3

10	12	15	16	12	15	19	18	10	16

10	12	12	15	16	15	19	18	10	16

- Etape 5: Insertion de 15 (indice 5) en position 4 dans la liste composée des éléments d'indice 0 à 4
  -> Décalage de la valeur d'indice 4

10	12	12	15	16	15	19	18	10	16

10	12	12	15	15	16	19	18	10	16

- Etape 6: Insertion de 19 (indice 6) en position 6 dans la liste composée des éléments d'indice 0 à 5
  -> Pas de décalage

10	12	12	15	15	16	19	18	10	16

10	12	12	15	15	16	19	18	10	16

- Etape 7: Insertion de 18 (indice 7) en position 6 dans la liste composée des

10	12	12	15	15	16	19	18	10	16

10	12	12	15	15	16	18	19	10	16

éléments d'indice 0 à 6
-> Décalage de la valeur d'indice 6

- Etape 8: Insertion de 10 (indice 8) en position 1 dans la liste composée des éléments d'indice 0 à 7
  -> Décalage des valeurs d'indice 1 à 7

10	12	12	15	15	16	18	19	10	16
10	10	12	12	15	15	16	18	19	16

- Etape 9: Insertion de 16 (indice 9) en position 7 dans la liste composée des éléments d'indice 0 à 8
  -> Décalage des valeurs d'indice 7 à 8
  -> Etat final atteint

10	12	12	12	15	15	16	18	19	16
10	10	12	12	15	15	16	16	18	19

- Réservation d'un second tableau non nécessaire
- Utilisation du seul espace mémoire supplémentaire nécessaire à l'opération d'insertion/décalage

Exemple d'exécution

- **Implantation**

```
{ Fonction de recherche et retour                    }
{ de la position d'un entier                         }
{ dans un tableau d'entiers                          }
{ trié par ordre croissant                           }
{ et restreint aux indices 0 a n-1 inclus            }
{ (n premières valeurs du tableau)                   }
{ v : Valeur entière recherchée                      }
{ n : Nombre de valeurs initiales du tableau         }
{     parmi lesquelles la recherche est réalisée     }
{ t : Le tableau trié d'entiers de recherche         }

entier fonction positionInsertion(-> entier v,
                                  -> entier n,
                                  -> entier [] t)
   entier p <- n
   faire
    p <- p-1
   tant que ( ( p >= 0 ) et ( v < t[p] ) )
  p <- p+1
```

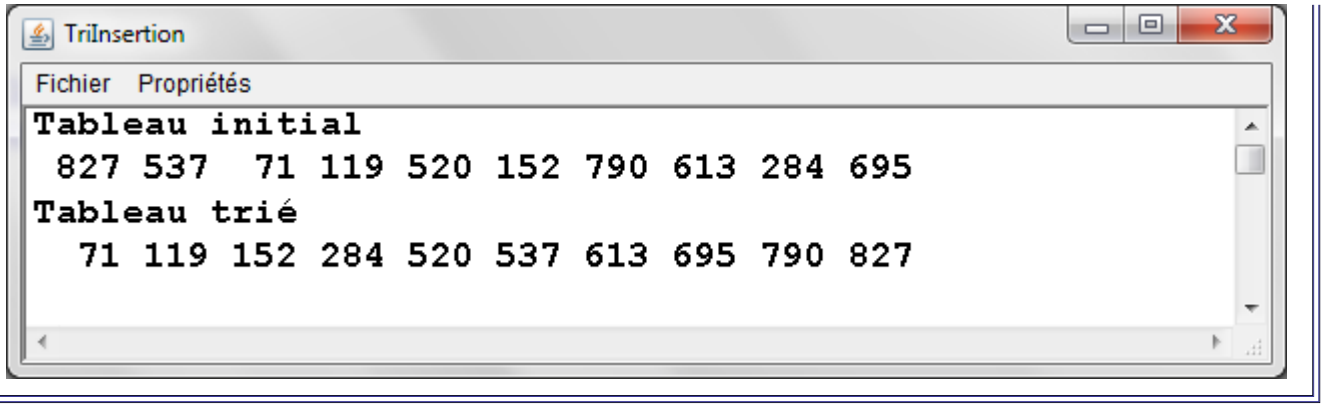
```
   retourner p
fin fonction

{ Action de décalage de une cellule                }
{ vers la droite du contenu des cellules           }
{ d'indice indi à indice indf inclus               }
{ d'un tableau d'entiers                           }
{ indi : L'indice initial de décalage              }
{ indf : L'indice final de décalage                }
{ t : Le tableau d'entiers où le décalage          }
{     est réalisé                                  }

action decalage(-> entier indi,
                -> entier indf,
                -> entier [] t ->)
   entier i
   pour i de indf à indi pas -1 faire
    t[i+1] <- t[i]
   fait
fin action

{ Action de tri "par insertion"                    }
{ par ordre croissant des valeurs                  }
{ contenues dans un tableau d'entiers              }
{ t : Le tableau d'entiers à trier                 }
{     par ordre croissant                          }

action triInsertion(-> entier [] t ->)
   entier i
   entier p
   entier v
   pour i de 1 à longueur(t)-1 faire
    p <- positionInsertion(t[i],i,t)
     si p <> i alors
      v <- t[i]
      decalage(p,i-1,t)
      t[p] <- v
     fsi
   fait
fin action
```

TriInsertion.lda

```
/* Fonction de recherche et retour                 */
/* de la position d'un int dans un tableau d'int   */
/* trié par ordre croissant et restreint           */
/* aux indices 0 a n-1 inclus                      */
/* (n premières valeurs du tableau)                */
/* v : Valeur int recherchée                       */
/* n : Nombre de valeurs initiales du tableau      */
```

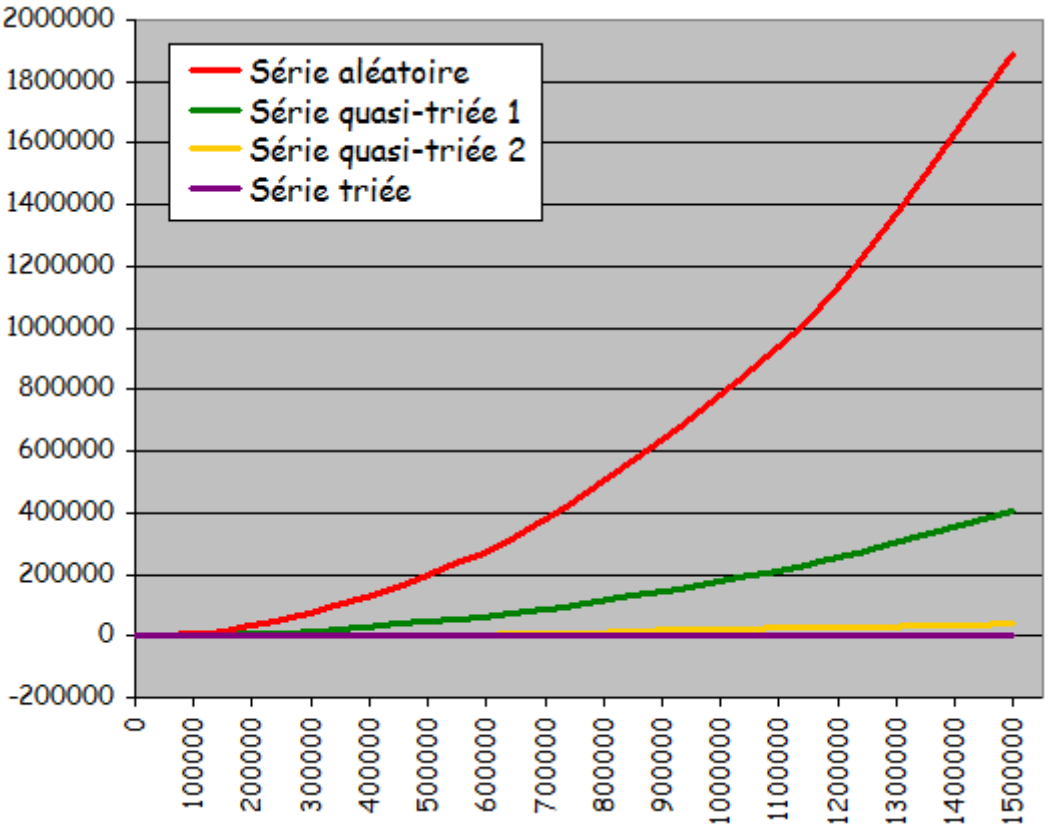
```
/*     parmi lesquelles la recherche est réalisée */
/* t : Tableau trié d'entiers de recherche       */

static int positionInsertion(int v,int n,int [] t) {
   int p = n;
   do {
    p--; }
   while ( ( p >= 0 ) && ( v < t[p] ) );
   return p+1;
}

/* Fonction de décalage de une cellule           */
/* vers la droite du contenu des cellules        */
/* d'indice indi à indf inclus                   */
/* d'un tableau d'int                            */
/* indi : L'indice initial de décalage           */
/* indf : L'indice final de décalage             */
/* t : Le tableau d'int où le décalage           */
/*     est réalisé                               */

static void decalage(int indi,int indf,int [] t) {
   for ( int i = indf ; i >= indi ; i-- ) {
     t[i+1] = t[i]; }
}

/* Fonction de tri "par insertion"               */
/* par ordre croissant des valeurs               */
/* contenues dans un tableau d'int               */
/* t : Le tableau d'int à trier                  */
/*     par ordre croissant                       */

static void triInsertion(int [] t) {
   for ( int i = 1 ; i < t.length ; i++ ) {
     int p = positionInsertion(t[i],i,t);
     if ( p != i ) {
       int v = t[i];
      decalage(p,i-1,t);
      t[p] = v; } }
}
```

TriInsertion.java - Exemple d'exécution



- **Performances**

- Quatre types d'ensembles de données testés pour différentes tailles:
  - Ensemble totalement aléatoire
  - Ensemble quasiment trié 1 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs d'indices quelconques)
  - Ensemble quasiment trié 2 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre voisins)
  - Ensemble déjà trié



n	Séries aléatoires		Séries quasi-triées n°1		Séries quasi-triées n°2		Séries triées	
	T(n)	$\frac{T(n)}{T(n/10)}$	T(n)	$\frac{T(n)}{T(n/10)}$	T(n)	$\frac{T(n)}{T(n/10)}$	T(n)	$\frac{T(n)}{T(n/10)}$
2	0,00000940	-	0,00000686	-	0,00001720	-	0,00000531	-
5	0,00004530	-	0,00001373	-	0,00004530	-	0,00000718	-
10	0,00021230	-	0,00007330	-	0,00012330	-	0,00003573	-
12	0,00028870	-	0,00008110	-	0,00013090	-	0,00004220	-
15	0,00037500	-	0,00013890	-	0,00016370	-	0,00006240	-
20	0,00062400	-	0,00026500	-	0,00021220	-	0,00010440	-

30	0,00129400	-	0,00057700	-	0,00034310	-	0,00015290	-
50	0,00312000	-	0,00085700	-	0,00046800	-	0,00022780	-
70	0,00520900	-	0,00187200	-	0,00059300	-	0,00029640	-
100	0,00968000	45,60	0,00281000	38,34	0,00125000	10,14	0,00041490	11,61
120	0,01358000	47,04	0,00407000	50,18	0,00219000	16,73	0,00057700	13,67
150	0,02059000	54,91	0,00701000	50,47	0,00266000	16,25	0,00067100	10,75
200	0,03479000	55,75	0,00967000	36,49	0,00249000	11,73	0,00095200	9,12
300	0,07020000	54,25	0,01996000	34,59	0,00608000	17,72	0,00116900	7,65
500	0,19960000	63,97	0,05320000	62,08	0,01202000	25,68	0,00198100	8,70
700	0,39010000	74,89	0,09840000	52,56	0,02231000	37,62	0,00290200	9,79
1000	0,79600000	82,23	0,19650000	69,93	0,03590000	28,72	0,00425900	10,27
1200	1,13420000	83,52	0,28550000	70,15	0,04680000	21,37	0,00497600	8,62
1500	1,77210000	86,07	0,42910000	61,21	0,07960000	29,92	0,00686000	10,22
2000	3,13710000	90,17	0,75050000	77,61	0,09990000	40,12	0,00827000	8,69
3000	7,11300000	101,32	1,64890000	82,61	0,21060000	34,64	0,01092000	9,34
5000	19,63900000	98,39	4,51780000	84,92	0,57410000	47,76	0,01810000	9,14
7000	37,91000000	97,18	8,86200000	90,06	1,04670000	46,92	0,02869000	9,89
10000	78,00000000	97,99	18,19000000	92,57	2,19800000	61,23	0,04009000	9,41
12000	113,80000000	100,34	26,36000000	92,33	2,80800000	60,00	0,04852000	9,75
15000	172,00000000	97,06	39,93000000	93,06	4,46200000	56,06	0,06230000	9,08
20000	310,40000000	98,94	72,23000000	96,24	7,80000000	78,08	0,08260000	9,99
30000	706,70000000	99,35	160,99000000	97,63	17,06700000	81,04	0,12180000	11,15
50000	1948,30000000	99,21	445,38000000	98,58	46,96000000	81,80	0,20900000	11,55
70000	3817,20000000	100,69	886,20000000	100,00	92,19000000	88,08	0,29010000	10,11
100000	7769,00000000	99,60	1815,80000000	99,82	187,98000000	85,52	0,42900000	10,70
120000	11232,00000000	98,70	2589,60000000	98,24	269,90000000	96,12	0,54600000	11,25
150000	17504,00000000	101,77	4009,30000000	100,41	422,80000000	94,76	0,60900000	9,78
200000	31184,00000000	100,46	7188,60000000	99,52	741,00000000	95,00	0,90500000	10,96
300000	70451,00000000	99,69	16036,00000000	99,61	1680,10000000	98,44	1,07700000	8,84
500000	194673,00000000	99,92	44615,00000000	100,17	4619,10000000	98,36	1,90400000	9,11
700000	380219,00000000	99,61	87734,00000000	99,00	9077,60000000	98,47	2,70000000	9,31
1000000	782387,00000000	100,71	179338,00000000	98,77	18443,90000000	98,12	4,30600000	10,04
1200000	1135432,00000000	101,09	258351,00000000	99,76	26707,00000000	98,95	5,10100000	9,34
1500000	1891596,00000000	108,07	405849,00000000	101,23	41511,00000000	98,18	6,05300000	9,94

- Résultats expérimentaux:
  - Pour les ensembles aléatoires et les 2 ensembles quasi-triés:
    - Temps d'exécution "quadratique" quand la taille de l'ensemble à trier devient grande
      -> Temps de tri d'un ensemble n fois plus grand que l'ensemble E égal à n^2 fois le temps de tri de E
      -> Mauvaise scalabilité
      - Trier un ensemble 2 fois plus grand prend 4 fois plus de temps
      - Trier un ensemble 10 fois plus grand prend 100 fois plus de temps
    - Pour une taille d'ensemble donnée, tri d'autant plus rapide qu'il est appliqué à des ensembles présentant un pré-tri important
  - Pour les ensembles déjà triés:
    - Exécution en temps linéaire et extrêmement rapide
    - Analyse du fonctionnement de l'algorithme:
      Dans ce cas particulier:
      - Recherche de la position d'insertion très rapide car elle est trouvée

tout de suite
- Jamais de décalage car toute valeur insérée le serait là où elle est déjà placée
-> Pas d'insertion véritable

- Amélioration de l'efficacité dans le cas général
  - Pas d'opération de décalage cellule après cellule pour toutes les cellules à décaler
  - Remplacement par:
    - Destruction de la cellule de stockage du tableau là où un élément disparait
    - Création, en position d'insertion, d'une autre cellule de stockage pour accueillir la valeur reportée
  - Pas possible sur les tableaux, possible avec des structures de données plus élaborées

- **Conclusion**
  - Méthode intuitive
  - Bonne exploitation des caractéristiques des ensembles
  - Pas très simple à implanter

Algorithme de tri par sélection

- Soit un ensemble de données E
- Problème: Trier cet ensemble selon un critère d'ordre total (i.e. tout couple de données est ordonnable selon le critère de tri)

- Algorithme de tri par sélection:
  - Réalisation de n-1 (n = cardinal(E)) étapes de traitement numérotées i (à partir de 1):
    - Détermination de l'indice iMax de l'élément le plus "grand" selon le critère de tri présent dans le sous-ensemble E_{n-i}, sous-ensemble de E limité à aux éléments d'indice 0 à n-i (les n-i+1 premiers éléments)
    - Si iMax est différent n-i, **permutation** de l'élément d'indice iMax avec l'élément d'indice n-i (l'élément en queue de E_{n-i})

- Création d'une zone triée en fin de tableau dont la taille augmente de un élément à chaque étape de traitement

- **Exemple**: Tri par ordre croissant d'un tableau de 10 entiers

- Tableau initial

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16

- Etape 1: Sélection de 19 en indice 6 puis permutation avec l'élément d'indice 9

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16
16	15	12	10	12	15	16	18	10	19

- Etape 2: Sélection de 18 en indice 7 puis permutation avec l'élément d'indice 8

16	15	12	10	12	15	16	18	10	19
16	15	12	10	12	15	16	10	18	19

- Etape 3: Sélection de 16 en indice 6 puis permutation avec l'élément d'indice 7

16	15	12	10	12	15	16	10	18	19
16	15	12	10	12	15	10	16	18	19

- Etape 4: Sélection de 16 en indice 0 puis permutation avec l'élément d'indice 6

16	15	12	10	12	15	10	16	18	19
10	15	12	10	12	15	16	16	18	19

- Etape 5: Sélection de 15 en indice 5 puis permutation avec l'élément d'indice 5 (pas de permutation)

10	15	12	10	12	15	16	16	18	19
10	15	12	10	12	15	16	16	18	19

- Etape 6: Sélection de 15 en indice 1 puis permutation avec l'élément d'indice 4

10	15	12	10	12	15	16	16	18	19
10	12	12	10	15	15	16	16	18	19

- Etape 7: Sélection de 12 en indice 2 puis permutation avec l'élément d'indice 3

10	12	12	10	15	15	16	16	18	19
10	12	10	12	15	15	16	16	18	19

- Etape 8: Sélection de 12 en indice 1 puis permutation avec l'élément d'indice 2

10	12	10	12	15	15	16	16	18	19
10	10	12	12	15	15	16	16	18	19

- Etape 9: Sélection de 10 en indice 1 puis permutation avec l'élément d'indice 1 (pas de permutation)

10	10	12	12	15	15	16	16	18	19
10	10	12	12	15	15	16	16	18	19

- Etat final

10	10	12	12	15	15	16	16	18	19

- Réservation d'un second tableau non nécessaire

- Espace mémoire supplémentaire: Celui utilisé pour l'opération de permutation de deux entiers

Exemple d'exécution

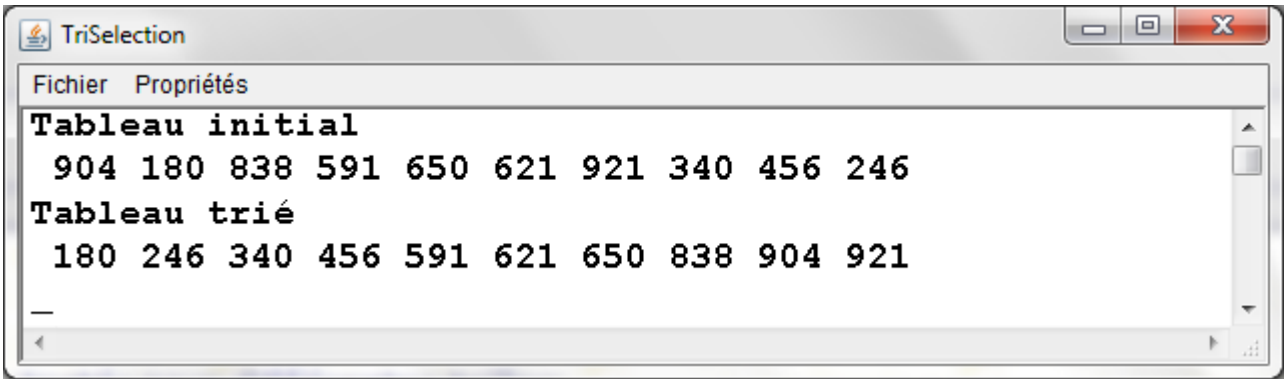
- **Implantation**

```
{ Fonction de recherche et retour de l'indice   }
{ de la valeur maximale d'un tableau d'entier   }
{ restreint à ses n+1 premieres valeurs         }
{ n : L'indice inclus jusqu'auquel la recherche }
{     de valeur maximale est réalisée           }
{ t : Le tableau d'entier où la recherche       }
{     de valeur maximale est réalisée           }

entier fonction indiceMaximum(-> entier n,
                                -> entier [] t)
   entier iMax <- 0
   entier i
   pour i de 0 à n faire
     si t[i] > t[iMax] alors
      iMax <- i
     fsi
   fait
   retourner iMax
fin fonction

{ Action de tri "par selection"                 }
{ par ordre croissant des valeurs contenues     }
{ dans un tableau d'entiers                     }
{ t : Le tableau d'entiers à trier              }
{     par ordre croissant                       }

action triSelection(-> entier [] t ->)
   entier i
   entier aux
   entier iMax
   entier n <- longueur(t)
   pour i de 1 à n-1 faire
    iMax <- indiceMaximum(n-i,t)
     si iMax <> n-i alors
      aux <- t[iMax]
      t[iMax] <- t[n-i]
      t[n-i] <- aux
     fsi
   fait
fin action
```

TriSelection.lda

```
/* Fonction de recherche et retour de l'indice   */
/* de la valeur maximale d'un tableau d'int      */
/* restreint à ses n+1 premieres valeurs         */
/* n : L'indice inclus jusqu'auquel la recherche */
/*     de valeur maximale est réalisée           */
/* t : Le tableau d'int où la recherche          */
/*     de valeur maximale est réalisée           */

static int indiceDuMaximum(int n,int [] t) {
   int iMax = 0;
   for ( int i = 1 ; i <= n ; i++ ) {
     if ( t[i] > t[iMax] ) {
      iMax = i; } }
   return iMax;
}

/* Fonction de tri "par selection"               */
/* par ordre croissant des valeurs contenues     */
/* dans un tableau d'int                         */
/* t : Le tableau d'int à trier                  */
/*     par ordre croissant                       */

static void triSelection(int [] t) {
   int n = t.length;
   for ( int i = 1 ; i <= n-1 ; i++ ) {
     int ind = n-i;
     int iMax = indiceDuMaximum(ind,t);
     if ( t[iMax] != t[ind] ) {
       int aux = t[iMax];
      t[iMax] = t[ind];
      t[ind] = aux; } }
}
```

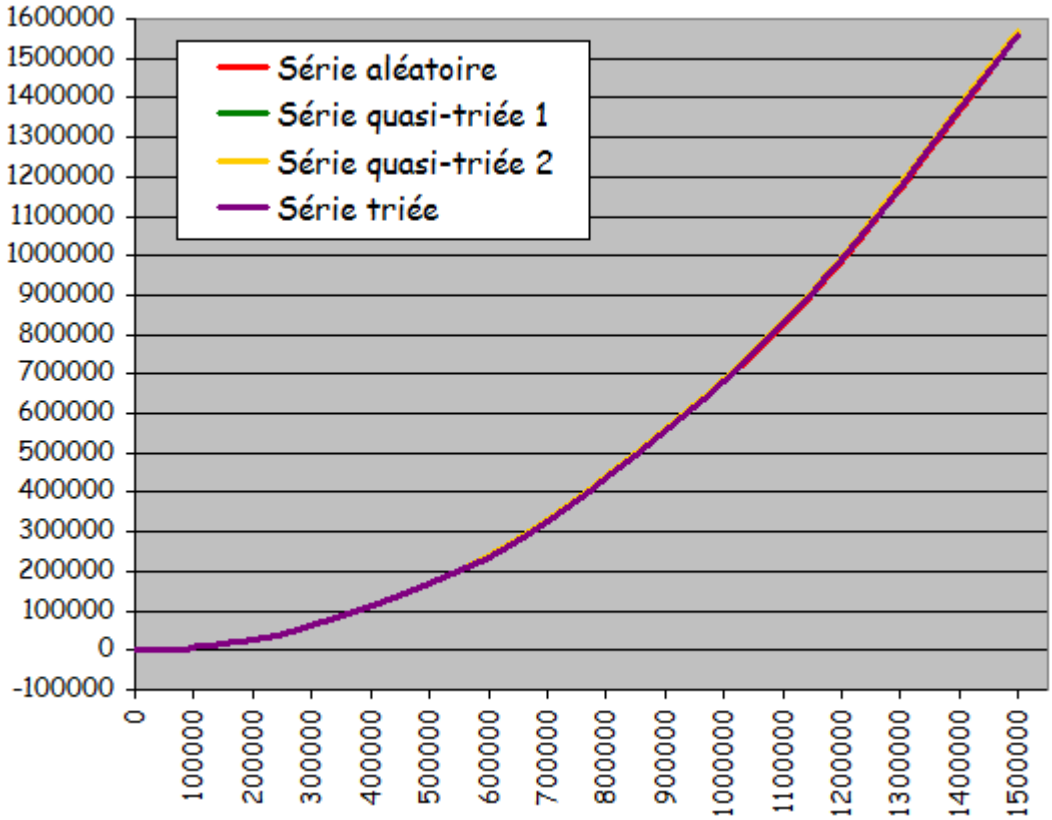
TriSelection.java - Exemple d'exécution



- **Performances**

- Quatre types d'ensembles de données testés pour différentes tailles:
  - Ensemble totalement aléatoire

- Ensemble quasiment trié 1 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs d'indices quelconques)
- Ensemble quasiment trié 2 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre voisins)
- Ensemble déjà trié



- Résultats expérimentaux:
  - Temps quadratique fonction de la taille de l'ensemble à trier
  - Temps d'exécution très voisins pour les 4 types d'ensemble
  - Algorithme non intéressant si l'ensemble à trier peut éventuellement être déjà trié ou partiellement trié

- **Conclusion**
  - Pas d'exploitation des caractéristiques des ensembles
  - Assez simple à implanter

Algorithme de tri à bulle

- Basé sur l'opération consistant à permuter deux composantes

- Soit un ensemble de données E
- Problème: Trier cet ensemble selon un critère d'ordre total (i.e. tout couple de données est ordonnable selon le critère de tri)

- Algorithme de tri à bulle:

- Réalisation de n-1 (n = cardinal(E)) étapes de traitement numérotées i (à partir de 0) consistant à traiter le sous-ensemble E_i de E limité à ses n-i premières valeurs:
  - Parcours séquentiel des n-i-1 couples de valeurs contiguës de E_i
  - Permutation de ces deux valeurs si elles ne respectent pas le critère de tri

- Création d'une zone triée en fin de tableau dont la taille augmente de un élément à chaque étape de traitement
- Telles des bulles montant vers la surface d'un liquide, à chaque étape, déportation des "grandes" valeurs vers la fin du tableau restant à trier avec report à chaque étape de la plus "grande" en fin de tableau

- **Exemple**: Tri par ordre croissant d'un tableau de 10 entiers

- Tableau initial

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16

- Etape 0: Parcours des 9 premiers couples d'entiers et permutation des 2 entiers s'ils ne sont pas correctement ordonnés (7 permutations)

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16
15	16	12	10	12	15	19	18	10	16
15	12	16	10	12	15	19	18	10	16
15	12	10	16	12	15	19	18	10	16
15	12	10	12	16	15	19	18	10	16
15	12	10	12	15	16	19	18	10	16
15	12	10	12	15	16	19	18	10	16
15	12	10	12	15	16	18	19	10	16
15	12	10	12	15	16	18	10	19	16
15	12	10	12	15	16	18	10	16	19
15	12	10	12	15	16	18	10	16	19

- Etape 1: Parcours des n-2 premiers couples (6 permutations)

12	10	12	15	16	15	10	16	18	19
10	12	12	15	15	10	16	16	18	19

- Etape 2: Parcours des n-3 premiers couples (3 permutations)
- Etape 3: Parcours des n-4 premiers couples (1 permutation)

10	12	12	15	10	15	16	16	18	19

- Etape 4: Parcours des n-5 premiers couples (1 permutation)

10	12	12	10	15	15	16	16	18	19

- Etape 5: Parcours des n-6 premiers couples (1 permutation)

10	12	10	12	15	15	16	16	18	19

- Etape 6: Parcours des n-7 premiers couples (1 permutation)

10	10	12	12	15	15	16	16	18	19

- Etape 7: Parcours des n-8 premiers couples (0 permutation)

10	10	12	12	15	15	16	16	18	19

- Etape 8: Parcours des n-9 premiers couples (0 permutation)

10	10	12	12	15	15	16	16	18	19

- Etat final

10	10	12	12	15	15	16	16	18	19

Exemple d'exécution

- **Implantation**

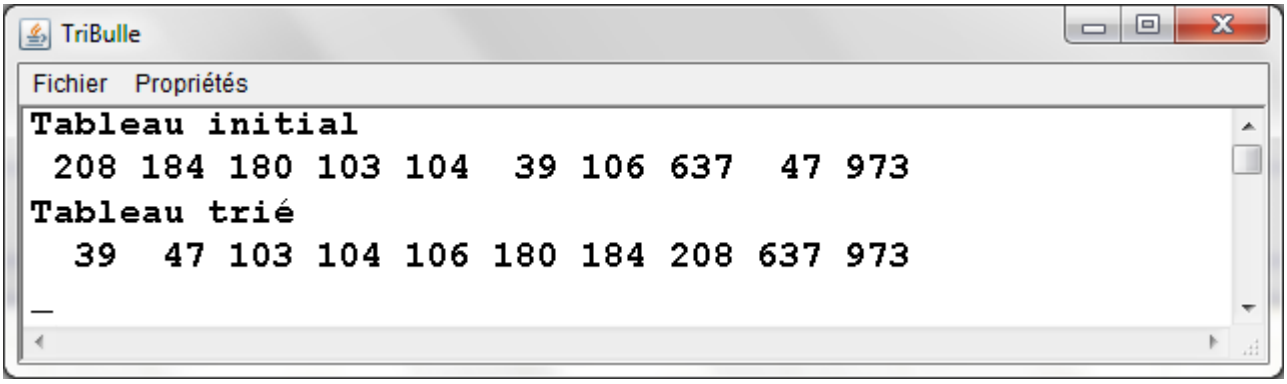
```
{ Action de tri à bulle par ordre croissant   }
{ des valeurs contenues                       }
{ dans un tableau d'entiers                   }
{ t : Le tableau d'entiers à trier            }
{     par ordre croissant                     }

action triBulle(-> entier [] t ->)
   entier i
   entier j
   entier aux
   pour i de 0 à longueur(t)-2 faire
     pour j de 0 à longueur(t)-2-i faire
```

```
        si t[j] > t[j+1] alors
         aux <- t[j]
         t[j] <- t[j+1]
         t[j+1] <- aux
        fsi
      fait
    fait
fin action
```

TriBulle.lda

```
/* Fonction de tri à bulle par ordre croissant    */
/* des valeurs contenues dans un tableau d'int    */
/* t : Le tableau d'int à trier                   */
/*     par ordre croissant                        */

static void triBulle(int [] t) {
   int n = t.length;
   for ( int i = 0 ; i < n-1 ; i++ ) {
     for ( int j = 0 ; j < n-i-1 ; j++ ) {
       if ( t[j] > t[j+1] ) {
         int aux = t[j];
        t[j] = t[j+1];
        t[j+1] = aux; } } }
}
```

TriBulle.java - Exemple d'exécution



- **Optimisation**

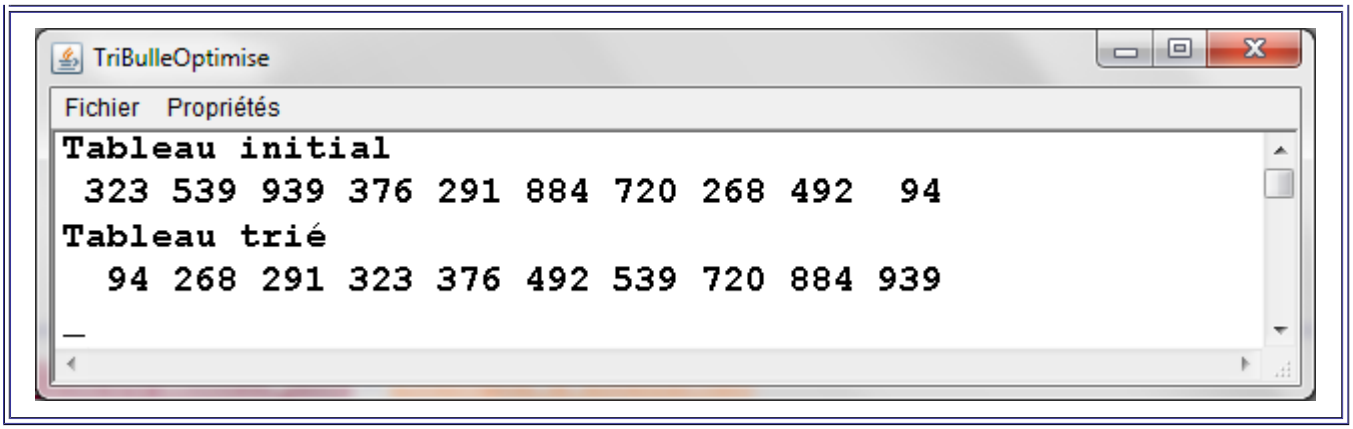
- Optimisation classique de l'algorithme de tri à bulle:
  - Exploitation du fait qu'il n'est pas rare qu'il ne soit pas nécessaire d'effectuer n-1 étapes de recherche de permutations
  - Si, lors d'une étape, aucune permutation réalisée
    -> Tableau trié
    -> Plus nécessaire de continuer à chercher des permutations
    -> On arrête.

```
{ Action de tri à bulle par ordre croissant   }
{ des valeurs contenues                       }
{ dans un tableau d'entiers                   }
{ Version optimisée                           }
{ t : Le tableau d'entiers à trier            }
{     par ordre croissant                     }

action triBulleOptimise(-> entier [] t ->)
   entier j
   entier aux
   booleen permutation
   entier np <- longueur(t)-1
   faire
    permutation <- faux
     pour j de 0 à np-1 faire
       si t[j] > t[j+1] alors
        aux <- t[j]
        t[j] <- t[j+1]
        t[j+1] <- aux
        permutation <- vrai
       fsi
     fait
    np <- np-1
   tantque permutation == vrai
fin action
```

TriBulleOptimise.lda

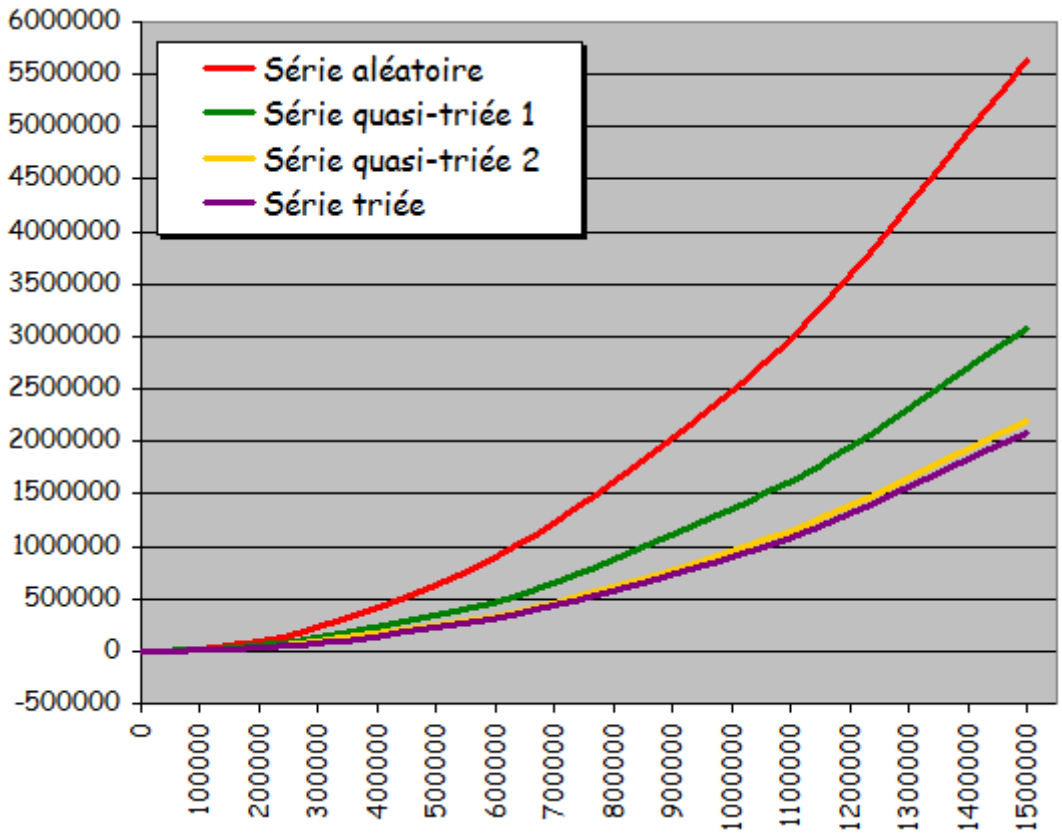
```
/* Fonction de tri à bulle par ordre croissant   */
/* des valeurs contenues dans un tableau d'int   */
/* Version optimisée                             */
/* t : Le tableau d'int à trier                  */
/*     par ordre croissant                       */

static void triBulleOptimise(int [] t) {
   boolean permutation;
   int np = t.length-1;
   do {
    permutation = false;
     for ( int j = 0 ; j < np ; j++ ) {
       if ( t[j] > t[j+1] ) {
         int aux = t[j];
        t[j] = t[j+1];
        t[j+1] = aux;
        permutation = true; } }
    np--; }
   while ( permutation ) ;
}
```

TriBulleOptimise.java - Exemple d'exécution

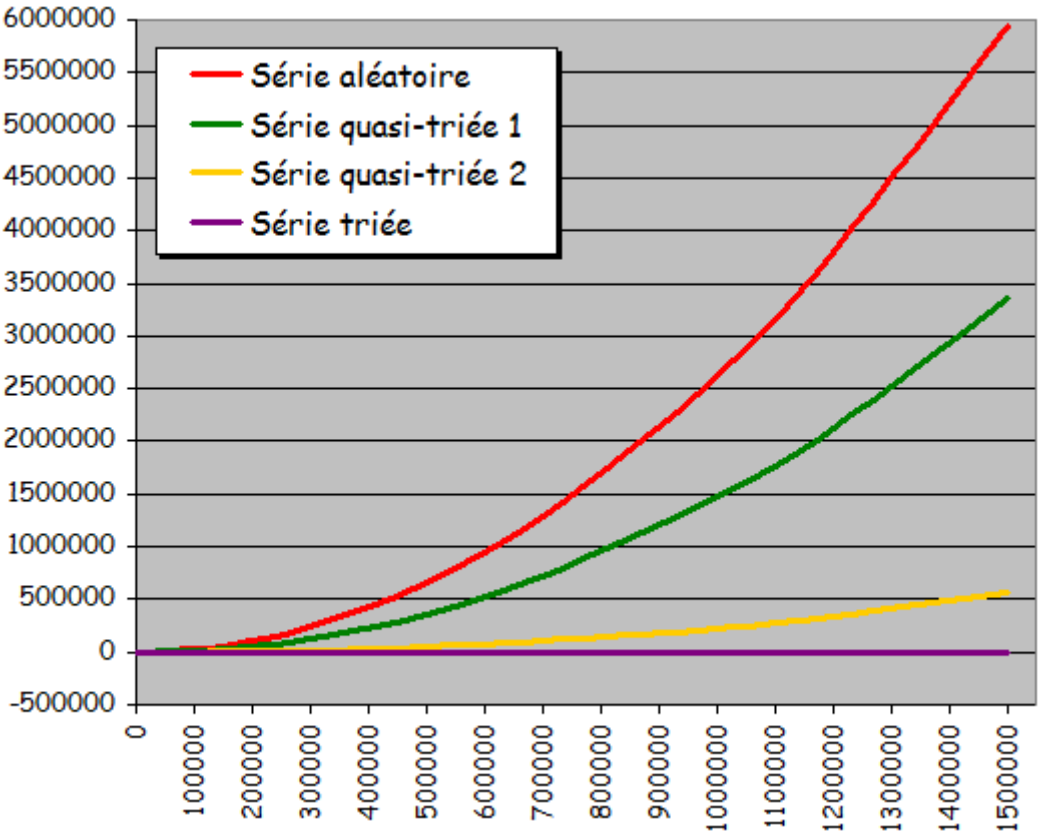


- **Performances**

- Quatre types d'ensembles de données testés pour différentes tailles:
  - Ensemble totalement aléatoire
  - Ensemble quasiment trié 1 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs d'indices quelconques)
  - Ensemble quasiment trié 2 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre voisins immédiats)
  - Ensemble déjà trié



Tri à bulle sans optimisation



Tri à bulle avec optimisation

- Résultats expérimentaux:
  - Temps quadratique de la taille de l'ensemble à trier
  - Exploitation d'une pré-organisation éventuelle de l'ensemble à trier pour accélérer le traitement
  - Version optimisée plus intéressante dans ce cadre (temps d'exécution quasi-instantané pour les ensembles triés)

- **Conclusion**
  - Assez bonne exploitation des caractéristiques des ensembles
  - Très simple à implanter

Algorithme de tri par fusion

- Algorithmes précédents gravement déficients:
  - Inadaptés au tri d'ensembles de données de cardinal très important
  - Pratiquement inemployables car trop lents au delà d'une certaine taille d'ensemble (temps quadratique de la taille de l'ensemble)

- Existence d'une autre catégorie d'algorithmes de tri basée sur le réflexe naturel que nous avons tous quand il s'agit d'effectuer un tri sur un tas de données de taille importante:
  - Diviser le tas en 2 (ou plusieurs) tas élémentaires
  - Trier ces 2 (ou plus) tas

- Fusionner les tas élémentaires triés ainsi obtenus de manière rapide en exploitant le fait qu'ils sont tous deux (tous) triés

- Si subdivision en 2 tas -> Méthode dichotomique

- Algorithme de tri par fusion:
  - Subdivision de l'ensemble E à trier en 2 sous-ensembles de tailles aussi identiques que possible
  - Tri de chacun des 2 sous-ensembles par le même principe algorithmique de subdivision
  - Fusion des deux sous-ensembles triés en un seul ensemble trié

- **Exemple**: Tri par ordre croissant d'un tableau de 10 entiers

- Tableau initial d'indices 0 à 9

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16

- Subdivision en 2 sous-tableaux d'indices 0 à 4 et 5 à 9

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16

- Subdivision du sous-tableau 0 à 4 en 2 sous-tableaux d'indices 0 à 1 et 2 à 4
- Subdivision du sous-tableau 5 à 9 en 2 sous-tableaux d'indices 5 à 6 et 7 à 9

16	15	12	10	12	15	19	18	10	16

- Le sous-tableau 0 à 1 a 2 valeurs. Soit il est déjà trié. Soit il ne l'est pas et on le trie en une permutation.
- Subdivision du sous-tableau 2 à 4 en 2 sous-tableaux d'indices 2 à 2 et 3 à 4
- Le sous-tableau 5 à 6 a 2 valeurs. Soit il est déjà trié. Soit il ne l'est pas et on le trie en une permutation.
- Subdivision du sous-tableau 7 à 9 en 2 sous-tableaux d'indices 7 à 7 et 8 à 9

15	16	12	10	12	15	19	18	10	16

15	16	12	10	12	15	19	18	10	16

- Le sous-tableau 0 à 1 est trié.
- Le sous-tableau 2 à 2 est trié.
- Le sous-tableau 3 à 4 a 2 valeurs. Soit il est déjà trié. Soit il ne l'est pas et on le trie en une permutation.
- Le sous-tableau 5 à 6 est trié.
- Le sous-tableau 7 à 7 est trié.
- Le sous-tableau 8 à 9 a 2 valeurs. Soit il est déjà trié. Soit il ne l'est pas et on le trie en une permutation.

-> Tous les sous-tableaux sont triés.
-> On fusionne dans l'ordre inverse des subdivisions.

- Fusion des sous-tableaux 2 à 2 et 3 à 4
- Fusion des sous-tableaux 7 à 7 et 8 à 9

15	16	10	12	12	15	19	10	16	18

- Fusion des sous-tableaux 0 à 1 et 2 à 4
- Fusion des sous-tableaux 5 à 6 et 7 à 9

10	12	12	15	16	10	15	16	18	19

- Etat final après fusion des sous-tableaux 0 à 4 et 5 à 9

10	10	12	12	15	15	16	16	18	19

Exemple d'exécution

- **Implantation**

- Implantation du tri par fusion pas spécialement complexe mais grandement facilitée par l'utilisation d'une méthode de programmation non encore abordée: la récursivité
- Pas de description précise ici

```
{ Action de fusion en un tableau trié                    }
{ de deux sous-tableaux contigus triés                   }
{ définis au sein d'un tableau d'entiers                 }
{ Le sous-tableau 1 contient les t1 entiers              }
{ situés à partir de l'indice i1                         }
{ Le sous-tableau 2 contient les t2 entiers              }
{ situés à partir de l'indice i1+t1                      }
{ t   : Le tableau d'entiers contenant                   }
{       les deux sous-tableaux contigus                  }
{ i1  : L'indice dans t du premier entier                }
{       du premier sous-tableau                          }
{ t1  : Le nombre d'entiers du premier sous-tableau      }
{ t2  : Le nombre d'entiers du second sous-tableau       }

action fusion(-> entier [] t ->,
               -> entier i1,
               -> entier t1,
               -> entier t2)
   entier deb <- i1
   entier i2 <- i1+t1
   entier l <- t1+t2
   entier l1 <- i1+t1
   entier l2 <- l1+t2
   entier [l] tf
   entier i
   pour i de 0 à l-1 faire
     si i1 == l1 alors
      tf[i] <- t[i2]
      i2 <- i2+1
       sinon
       si i2 == l2 alors
        tf[i] <- t[i1]
        i1 <- i1+1
         sinon
         si t[i1] < t[i2] alors
          tf[i] <- t[i1]
          i1 <- i1+1
           sinon
          tf[i] <- t[i2]
          i2 <- i2+1
         fsi
       fsi
     fsi
   fait
   pour i de 0 à l-1 faire
    t[deb+i] <- tf[i]
   fait
fin action

{ Action de tri par fusion par ordre croissant           }
```

```
{ d'un tableau d'entiers des indices indi                    }
{ à indf compris                                             }
{ t    : Le tableau d'entiers à trier                        }
{        par ordre croissant                                 }
{ indi : L'indice initial des valeurs à trier                }
{ indf : L'indice final des valeurs à trier                  }

action triFusion(-> entier [] t ->,
                 -> entier indi,
                 -> entier indf)
   entier nbVal <- indf-indi+1
   entier iMedian
   entier aux
   si nbVal > 1 alors
     si nbVal == 2 alors
       si t[indf] < t[indi] alors
        aux <- t[indi]
        t[indi] <- t[indf]
        t[indf] <- aux
       fsi
       sinon
      iMedian <- (indi+indf)/2
      triFusion(t,indi,iMedian)
      triFusion(t,iMedian+1,indf)
      fusion(t,indi,iMedian-indi+1,indf-iMedian)
     fsi
   fsi
fin action

{ Action de tri par fusion par ordre croissant               }
{ d'un tableau d'entiers                                     }
{ t : Le tableau d'entiers à trier                           }
{     par ordre croissant                                    }

action triFusion(-> entier [] t ->)
   triFusion(t,0,longueur(t)-1)
fin action
```

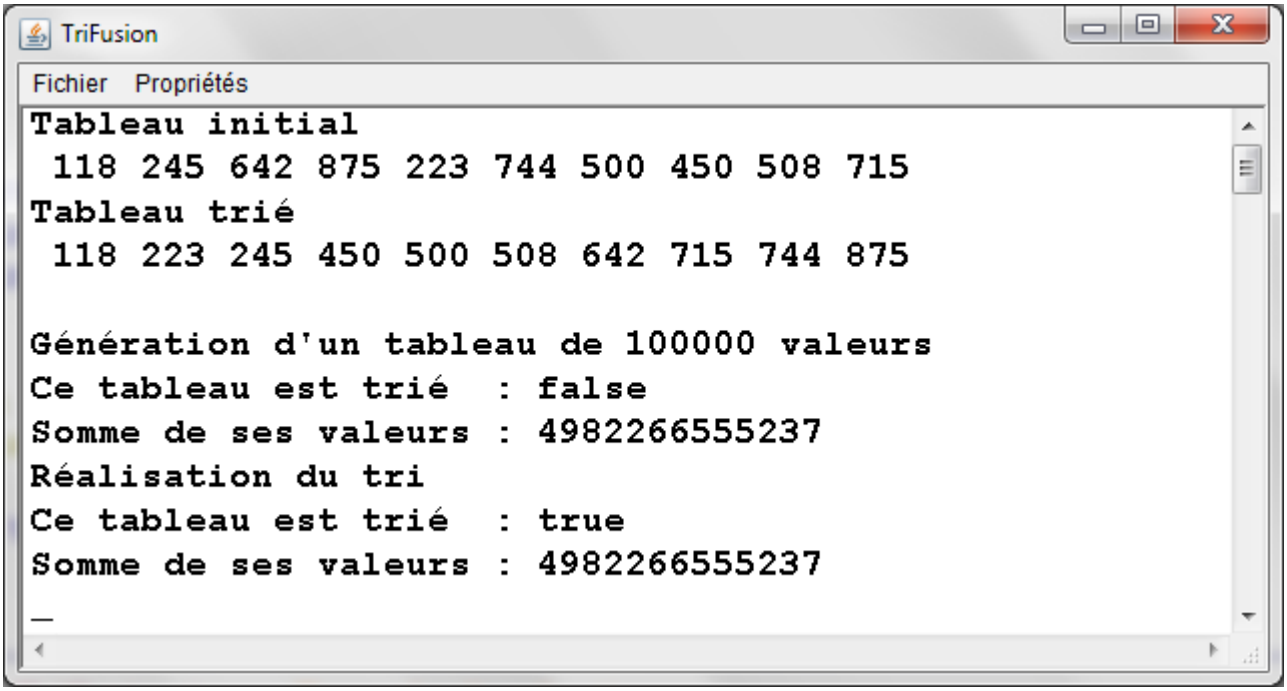
TriFusion.lda

```
/* Action de fusion en un tableau trié                       */
/* de deux sous-tableaux contigus triés                      */
/* définis au sein d'un tableau d'entiers                    */
/* Le sous-tableau 1 contient les t1 entiers                 */
/* situés à partir de l'indice i1                            */
/* Le sous-tableau 2 contient les t2 entiers                 */
/* situés à partir de l'indice i1+t1                         */
/* t   : Le tableau d'entiers contenant                      */
/*       les deux sous-tableaux contigus                     */
/* i1  : L'indice dans t du premier entier                   */
```

```
/*       du premier sous-tableau                          */
/* t1   : Le nombre d'entiers du premier sous-tableau    */
/* t2   : Le nombre d'entiers du second sous-tableau     */

static void fusion(int [] t,int i1,int t1,int t2) {
   int deb = i1;
   int i2 = i1+t1;
   int l = t1+t2;
   int l1 = i1+t1;
   int l2 = l1+t2;
   int [] tf = new int[l];
   for ( int i = 0 ; i < l ; i++ ) {
     if ( i1 == l1 ) {
      tf[i] = t[i2];
      i2++; }
       else {
       if ( i2 == l2 ) {
        tf[i] = t[i1];
        i1++; }
         else {
         if ( t[i1] < t[i2] ) {
          tf[i] = t[i1];
          i1++; }
           else {
          tf[i] = t[i2];
          i2++; } } } }
   for ( int i = 0 ; i < l ; i++ ) {
    t[deb+i] = tf[i]; }
}

/* Fonction de tri par fusion                            */
/* par ordre croissant d'un tableau d'entiers            */
/* des indices indi a indf compris                       */
/* t    : Le tableau d'int à trier                       */
/*        par ordre croissant                            */
/* indi : L'indice initial des valeurs à trier           */
/* indf : L'indice final des valeurs à trier             */

static void triFusion(int [] t,int indi,int indf) {
   int nbVal = indf-indi+1;
   if ( nbVal > 1 ) {
     if ( nbVal == 2 ) {
       if ( t[indf] < t[indi] ) {
         int aux = t[indi];
        t[indi] = t[indf];
        t[indf] = aux; } }
       else {
       int iMedian =(indi+indf)/2;
      triFusion(t,indi,iMedian);
      triFusion(t,iMedian+1,indf);
```

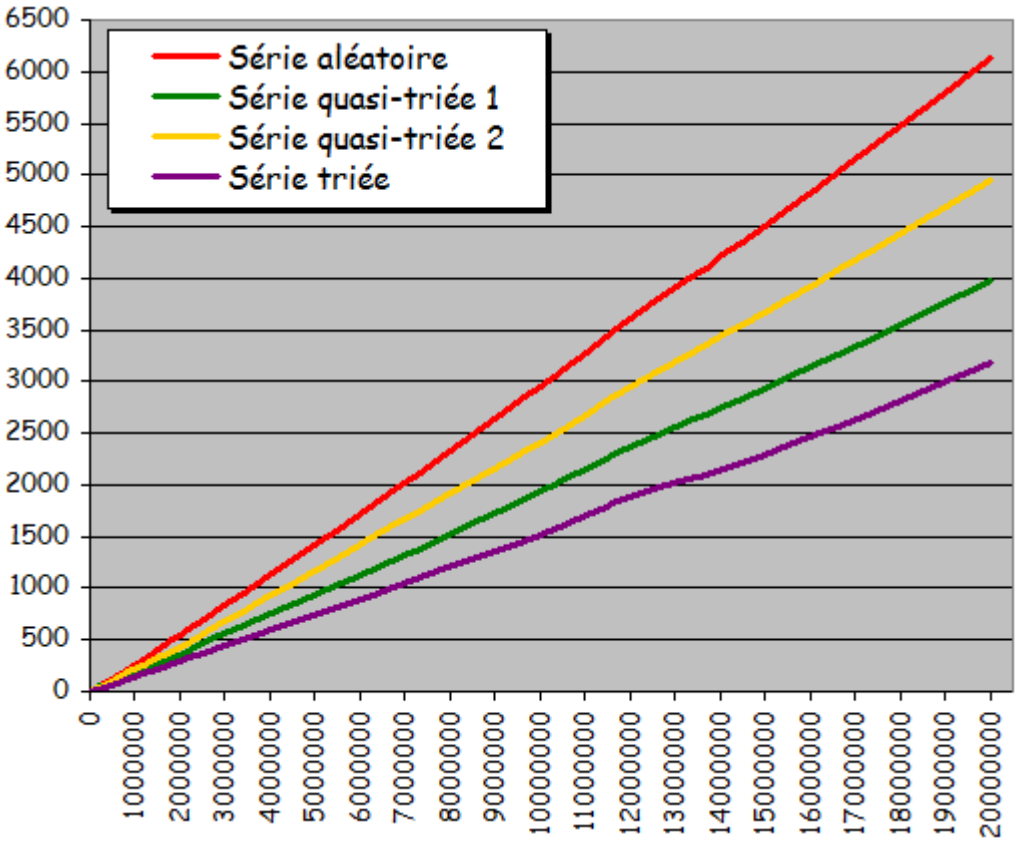
```
        fusion(t,indi,iMedian-indi+1,indf-iMedian); } }
}

/* Fonction de tri par fusion                          */
/* par ordre croissant d'un tableau d'int              */
/* t : Le tableau d'int à trier                        */
/*     par ordre croissant                             */

static void triFusion(int [] t) {
  triFusion(t,0,t.length-1);
}
```

TriFusion.java - Exemple d'exécution



- **Performances**

- Quatre types d'ensembles de données testés pour différentes tailles:
  - Ensemble totalement aléatoire
  - Ensemble quasiment trié 1 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs d'indices quelconques)
  - Ensemble quasiment trié 2 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre voisins)
  - Ensemble déjà trié



- Résultats expérimentaux:
  - Courbes très différentes des courbes obtenues jusqu'ici pour les tris non dichotomiques:
    - Courbes non quadratiques
    - Forte ressemblance aux droites
    - Tri possible d'ensembles beaucoup plus grands en obtenant des temps d'exécution considérablement plus courts
  - Exploitation effective d'une pré-organisation de l'ensemble pour sensiblement accélérer le traitement

Tri rapide (Quick Sort)

- Algorithme du "QuickSort" (tri rapide) généralement employé quand il s'agit d'obtenir les meilleures performances
- Basé sur le principe "diviser pour régner"

- Technique de subdivision du QuickSort un peu plus élaborée que celle du tri par fusion
- But: Eviter d'avoir à réaliser la phase de fusion
  - Ordonnement des sous-tableaux gauche et droit l'un par rapport à l'autre (i.e. la valeur "maximale" à gauche est plus "petite" que la valeur "minimale" à droite) avant de basculer vers la phase de tri de ces deux sous-tableaux
    -> Plus besoin de les fusionner
- Phase de subdivision:

  - Détermination d'un pivot
  - Sélection de toutes les valeurs plus petites que le pivot et placement de ces valeurs à gauche pour définir le sous-tableau gauche
  - Sélection de toutes les valeurs plus grandes que le pivot et placement de ces valeurs à droite pour définir le sous-tableau droit
  - Nouvel indice de la valeur pivot: Limite entre les sous-tableaux gauche et droit
- Utilisation de l'algorithme de tri rapide sur les sous-tableaux gauche et droit pour les trier selon le même principe

- Méthode de choix du pivot: Un des moyens offert au développeur pour optimiser le fonctionnement (éventuellement dans le cadre d'ensembles présentant certaines caractéristiques)
- Techniques classiques:
  - Choisir la première valeur
  - Choisir la dernière valeur
  - Choisir la valeur d'indice médian
  - Choisir la moyenne des valeurs minimales et maximales du tableau
    - Pivot -> la valeur maximale du sous-tableau gauche et valeur minimale du sous-tableau droit

Exemple d'exécution

- **Implantation**

```
{ Fonction de reorganisation d'un tableau t     }
{ d'entiers des indices indi a indf inclus      }
{ par replaçage à gauche de toutes les valeurs  }
{ plus petites que t[pivot], à droite de toutes }
{ les valeur plus grande que t[pivot]           }
{ et au centre de toutes les valeurs egales     }
{ à t[pivot]                                    }
{ Retourne l'indice de la valeur d'indice       }
{ maximum, apres replaçage, de toutes           }
{ les valeurs égales à t[pivot]                 }

entier fonction pivotage(-> entier [] t ->,
                         -> entier indi,
                         -> entier indf,
                         -> entier pivot)
   entier i
   entier j <- indi
   entier aux <- t[pivot]
  t[pivot] <- t[indf]
  t[indf] <- aux
```

```
    pour i de indi à indf-1 faire
      si t[i] <= t[indf] alors
       aux <- t[i]
       t[i] <- t[j]
       t[j] <- aux
       j <- j+1
      fsi
    fait
   aux <- t[indf]
   t[indf] <- t[j]
   t[j] <- aux
    retourner j
fin fonction

{ Action de tri rapide par ordre croissant       }
{ d'un tableau d'entiers des indices indi        }
{ à indf compris                                 }
{ Méthode de choix du pivot : Valeur située      }
{ à l'indice moyen de indi et indf               }
{ t    : Le tableau d'entiers à trier            }
{        par ordre croissant                     }
{ indi : L'indice initial des valeurs à trier    }
{ indf : L'indice final des valeurs à trier      }

action triRapide(-> entier [] t ->,
                 -> entier indi,
                 -> entier indf)
    entier iMedian
    entier aux
    entier pivot
    entier nbVal <- indf-indi+1
    si nbVal > 1 alors
      si nbVal == 2 alors
        si t[indf] < t[indi] alors
         aux <- t[indi]
         t[indi] <- t[indf]
         t[indf] <- aux
        fsi
        sinon
       pivot <- (indi+indf)/2
       iMedian <- pivotage(t,indi,indf,pivot)
       triRapide(t,indi,iMedian-1)
       triRapide(t,iMedian+1,indf)
      fsi
    fsi
fin action

{ Action de tri rapide par ordre croissant       }
{ d'un tableau d'entiers                         }
{ Pivot choisi : Valeur médiane du tableau       }
```

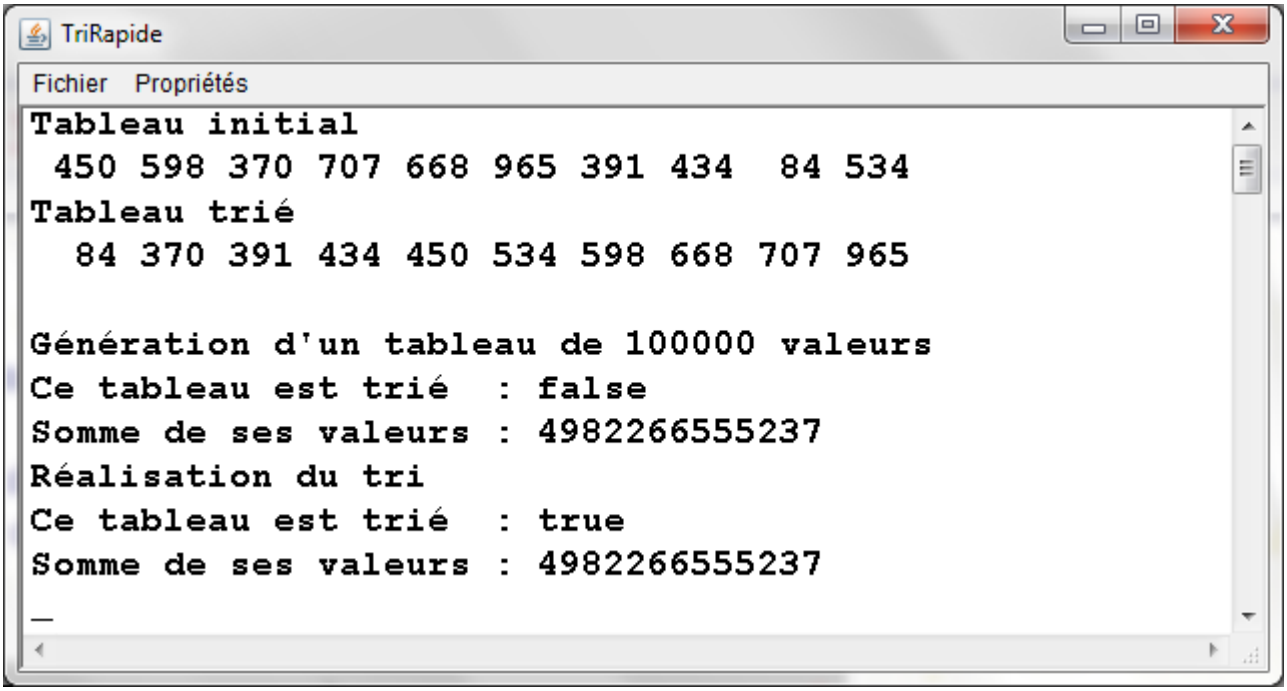
```
{ t : Le tableau d'entiers à trier                }
{     par ordre croissant                         }

action triRapide(-> entier [] t ->)
   triRapide(t,0,longueur(t)-1)
fin action
```

TriRapide.lda

```
/* Fonction de reorganisation d'un tableau        */
/* d'entiers des indices indi a indf inclus       */
/* par replacage a gauche de toutes les valeurs   */
/* plus petites que t[pivot], a droite de toutes  */
/* les valeurs plus grandes que t[pivot]          */
/* et au centre de toutes les valeurs egales      */
/* a t[pivot]                                     */
/* Retourne l'indice de la valeur d'indice        */
/* maximum, apres replacage, de toutes            */
/* les valeurs egales a t[pivot]                  */

static int pivotage
(int [] t,int indi,int indf,int pivot) {
   int j = indi;
   int aux = t[pivot];
  t[pivot] = t[indf];
  t[indf] = aux;
   for ( int i = indi ; i < indf ; i++ ) {
     if ( t[i] <= t[indf] ) {
       if ( i != j ) {
        aux = t[i];
        t[i] = t[j];
        t[j] = aux; }
      j++; } }
   if ( indf != j ) {
    aux = t[indf];
    t[indf] = t[j];
    t[j] = aux; }
   return j;
}

/* Fonction de tri rapide par ordre croissant     */
/* d'un tableau d'int des indices                 */
/* indi a indf compris                            */
/* Méthode de choix du pivot : Valeur située      */
/* à l'indice moyen de indi et indf               */
/* t    : Le tableau d'int à trier                */
/*        par ordre croissant                     */
/* indi : L'indice initial des valeurs à trier    */
/* indf : L'indice final des valeurs à trier      */
```

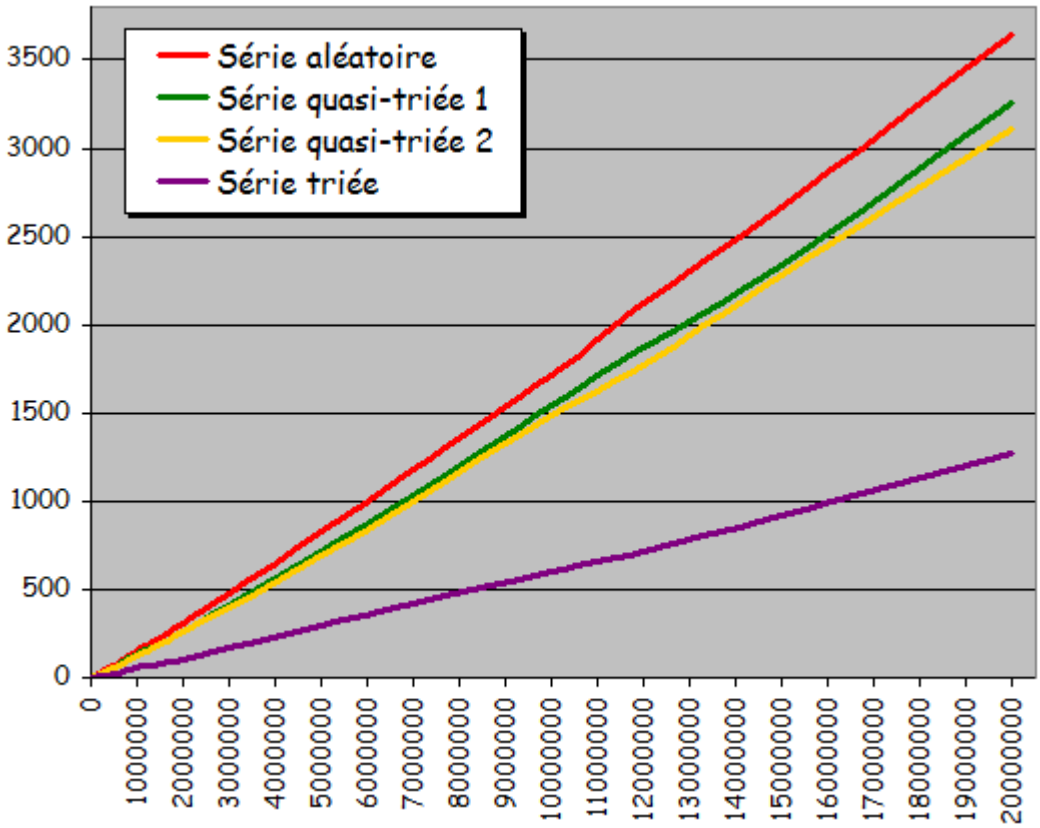
```
static void triRapide(int [] t,int indi,int indf) {
   int nbVal = indf-indi+1;
   if ( nbVal > 1 ) {
     if ( nbVal == 2 ) {
       if ( t[indf] < t[indi] ) {
         int aux = t[indi];
        t[indi] = t[indf];
        t[indf] = aux; } }
       else {
       int pivot = (indi+indf)>>1;
       int iMedian = pivotage(t,indi,indf,pivot);
      triRapide(t,indi,iMedian-1);
      triRapide(t,iMedian+1,indf); } }
}

/* Fonction de tri rapide par ordre croissant    */
/* d'un tableau d'int                            */
/* Pivot choisi : Valeur médiane du tableau      */
/* t : Le tableau d'int à trier                  */
/*     par ordre croissant                       */

static void triRapide(int [] t) {
  triRapide(t,0,t.length-1);
}
```

TriRapide.java - Exemple d'exécution



- **Performances**
- Quatre types d'ensembles de données testés pour différentes tailles:
  - Ensemble totalement aléatoire

- Ensemble quasiment trié 1 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs d'indices quelconques)
- Ensemble quasiment trié 2 (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre voisins)
- Ensemble déjà trié



n	Séries aléatoires		Séries quasi-triées n°1		Séries quasi-triées n°2		Séries triées	
	T(n)	$\frac{T(n)}{T(n/10)}$	T(n)	$\frac{T(n)}{T(n/10)}$	T(n)	$\frac{T(n)}{T(n/10)}$	T(n)	$\frac{T(n)}{T(n/10)}$
2	0,00000170	-	0,00000296	-	0,00000328	-	0,00000211	-
5	0,00005620	-	0,00002262	-	0,00005227	-	0,00001794	-
10	0,00025120	-	0,00012574	-	0,00015398	-	0,00007629	-
12	0,00032600	-	0,00016700	-	0,00021530	-	0,00010936	-
15	0,00044770	-	0,00020280	-	0,00028550	-	0,00016380	-
20	0,00065200	-	0,00039780	-	0,00045080	-	0,00024330	-
30	0,00113720	-	0,00073940	-	0,00070670	-	0,00040560	-
50	0,00218400	-	0,00137590	-	0,00127460	-	0,00074730	-
70	0,00330720	-	0,00217470	-	0,00196500	-	0,00117460	-
100	0,00508090	20,23	0,00346400	27,55	0,00338500	21,98	0,00181000	23,73
120	0,00652000	20,00	0,00455500	27,28	0,00394700	18,33	0,00247900	22,67
150	0,00814200	18,19	0,00608400	30,00	0,00546000	19,12	0,00310400	18,95
200	0,01154600	17,71	0,00809800	20,36	0,00776800	17,23	0,00432100	17,76
300	0,01940600	17,06	0,01404000	18,99	0,01224600	17,33	0,00717600	17,69
500	0,03494000	16,00	0,02489800	18,10	0,02268200	17,80	0,01282300	17,16
700	0,05118000	15,48	0,03755000	17,27	0,03433000	17,47	0,01862600	15,86
1000	0,07428000	14,62	0,05797000	16,73	0,05478000	16,18	0,02714000	14,99
1200	0,09360000	14,36	0,07160000	15,72	0,06270000	15,89	0,03478000	14,03
1500	0,11860000	14,57	0,09219000	15,15	0,08252000	15,11	0,04368000	14,07
2000	0,16660000	14,43	0,12917000	15,95	0,12044000	15,50	0,06193000	14,33
3000	0,26084000	13,44	0,20389000	14,52	0,18250000	14,90	0,09200000	12,82
5000	0,47740000	13,66	0,36005000	14,46	0,33860000	14,93	0,17320000	13,51
7000	0,68640000	13,41	0,54610000	14,54	0,52580000	15,32	0,24960000	13,40

10000	1,00470000	13,53	0,80040000	13,81	0,76130000	13,90	0,36040000	13,28
12000	1,21050000	12,93	0,98590000	13,77	0,93760000	14,95	0,41800000	12,02
15000	1,59110000	13,42	1,22160000	13,25	1,19350000	14,46	0,57720000	13,21
20000	2,20900000	13,26	1,71450000	13,27	1,57240000	13,06	0,76440000	12,34
30000	3,43510000	13,17	2,71600000	13,32	2,64260000	14,48	1,18560000	12,89
50000	5,94040000	12,44	4,75640000	13,21	4,61290000	13,62	2,05300000	11,85
70000	8,56290000	12,48	6,81800000	12,48	6,80100000	12,93	3,06380000	12,27
100000	12,60010000	12,54	10,20200000	12,75	10,07700000	13,24	4,38360000	12,16
120000	15,35050000	12,68	12,35500000	12,53	12,30800000	13,13	5,40080000	12,92
150000	19,26600000	12,11	16,09900000	13,18	15,58400000	13,06	6,89500000	11,95
200000	27,28500000	12,35	21,76200000	12,69	19,50000000	12,40	9,29140000	12,16
300000	40,57600000	11,81	33,99200000	12,52	32,30000000	12,22	14,57040000	12,29
500000	71,35500000	12,01	59,53000000	12,52	59,90000000	12,99	25,04120000	12,20
700000	102,83500000	12,01	86,10000000	12,63	82,99000000	12,20	36,00500000	11,75
1000000	149,99400000	11,90	126,99000000	12,45	121,36000000	12,04	52,93380000	12,08
1200000	181,14800000	11,80	155,53000000	12,59	148,20000000	12,04	65,00520000	12,04
1500000	227,15200000	11,79	196,87000000	12,23	189,60000000	12,17	77,61000000	11,26
2000000	310,12800000	11,37	264,73000000	12,16	260,55000000	13,36	106,70100000	11,48
3000000	478,48400000	11,79	413,41000000	12,16	397,85000000	12,32	168,64000000	11,57
5000000	824,68000000	11,56	718,37500000	12,07	688,75000000	11,50	289,54000000	11,56
7000000	1179,40900000	11,47	1033,52500000	12,00	1003,05000000	12,09	416,55000000	11,57
10000000	1717,32800000	11,45	1538,15000000	12,11	1482,00000000	12,21	606,05000000	11,45
12000000	2126,25900000	11,74	1870,42500000	12,03	1769,05000000	11,94	713,22000000	10,97
15000000	2663,34600000	11,72	2331,80000000	11,84	2276,80000000	12,01	916,32000000	11,81
20000000	3644,20000000	11,75	3250,25000000	12,28	3103,65000000	11,91	1273,75000000	11,94

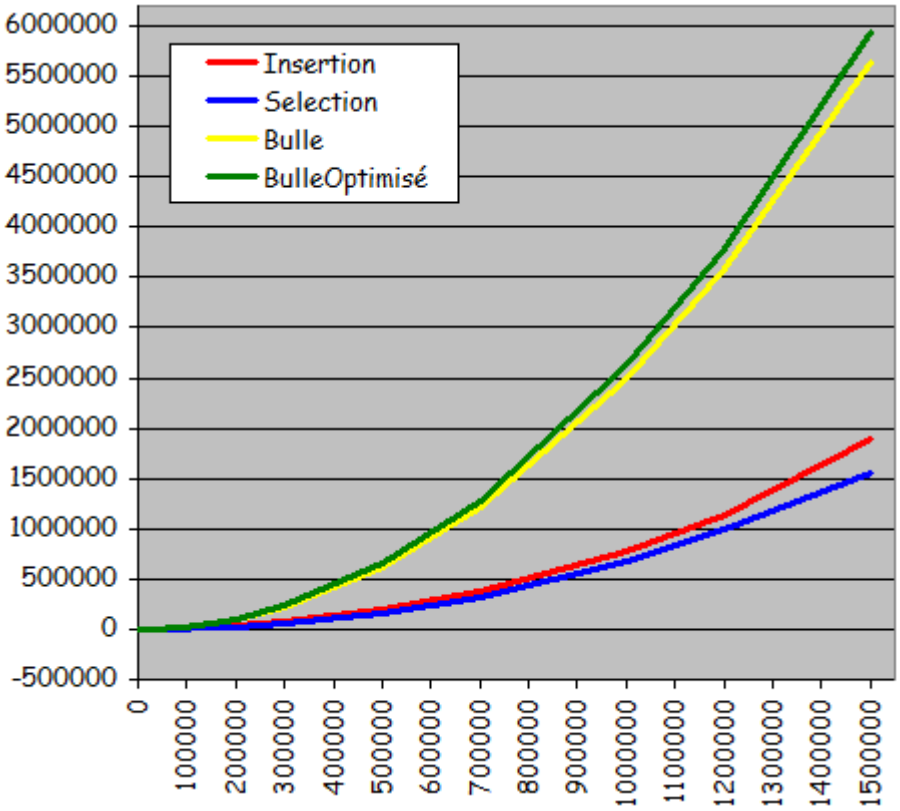
- Résultats expérimentaux
  - Courbes de temps d'exécution de même aspect linéaire que les courbes du tri par fusion (rassurant car même technique algorithmique de décomposition)
  - Attention! Rapports T(n)/T(n/10) quasi-systématiquement supérieurs à 10.0 -> Rapports peu compatibles avec l'hypothèse de linéarité car attendus voisins de 10.0 en cas de linéarité
  - Ici aussi, temps d'exécution raccourcis si pré-organisation de l'ensemble à trier

Performances comparées

- Comparaison des temps d'exécution respectifs des différents algorithmes sur les différents ensembles testés
- ATTENTION! A considérer avec prudence car de simples différences d'implantation des algorithmes pourraient avoir pour conséquence un changement des résultats et donc d'interprétation

- **Comparaison des tris par insertion, par sélection, à bulle et à bulle optimisé**

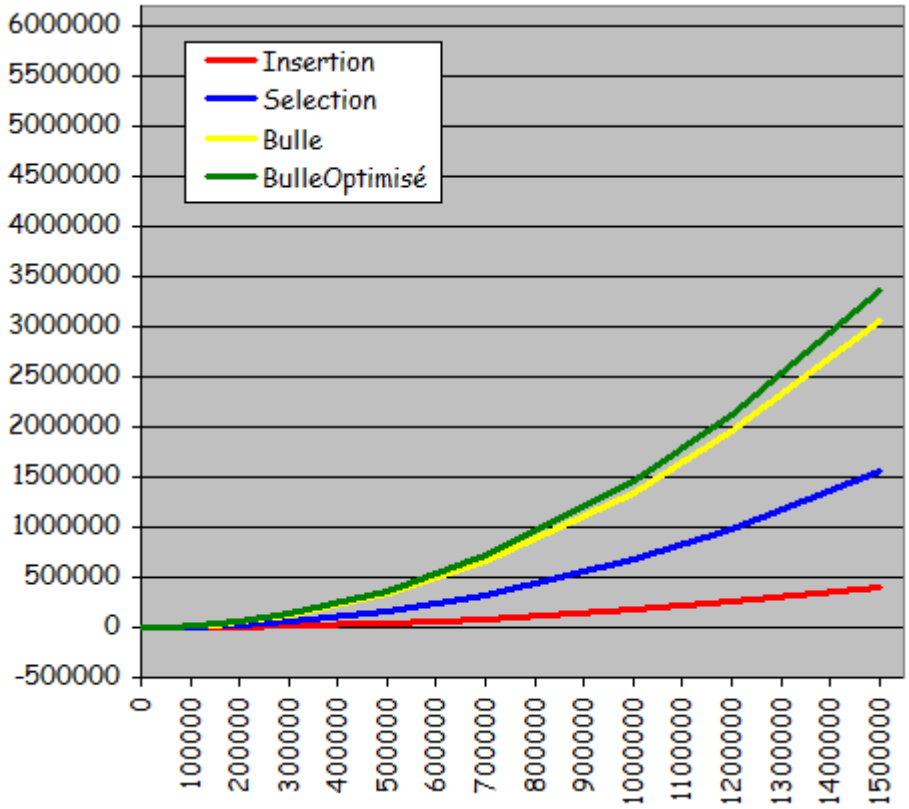
- Séries aléatoires



Temps de tri pour des séries totalement aléatoires

- Tris par sélection et par insertion de performances voisines avec un léger avantage au tri par sélection
- Tris à bulle sans et avec optimisation eux aussi de performances voisines avec un léger malus pour la version optimisée!
  Non compensation des calculs économisés par l'optimisation par les calculs consentis pour l'implantation de l'optimisation
- Tris à bulle peu performants par rapport au 2 autres méthodes de tri: Près de 4 fois moins rapides

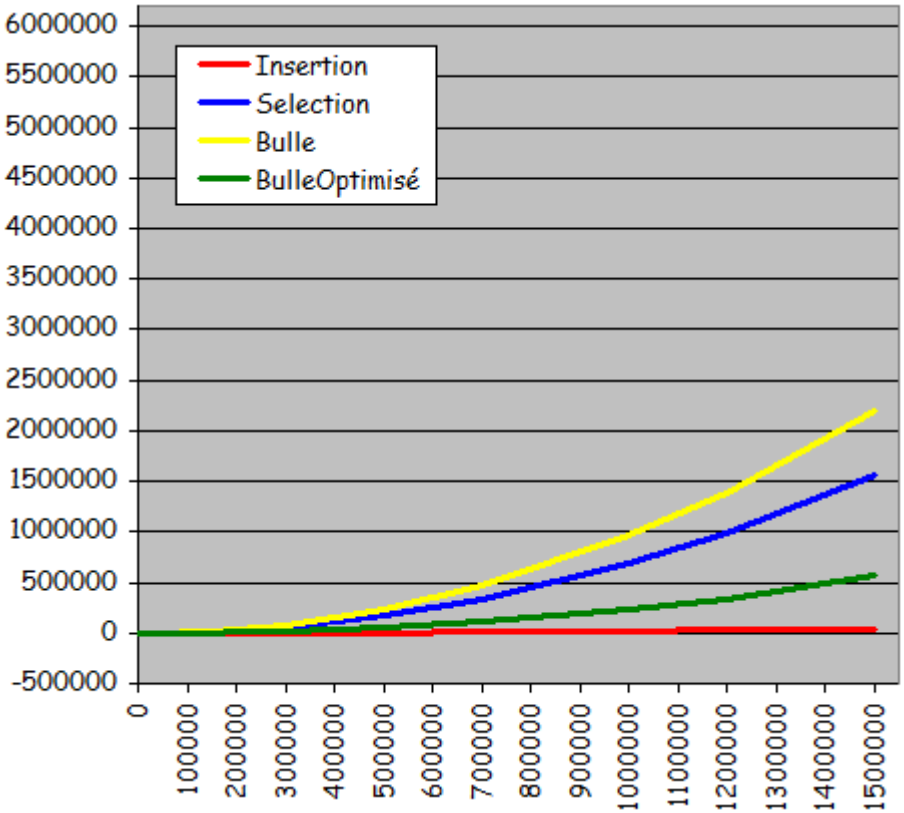
- Séries quasi-triées (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs d'indices quelconques)



Temps de tri pour des séries quasi-triées
(à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs d'indices quelconques)

- Performances en progression sauf pour le tri par sélection qui reste inchangé
- Le tri à bulle optimisé toujours non intéressant par rapport au tri à bulle sans optimisation
- Le tri par insertion: Devient le plus rapide

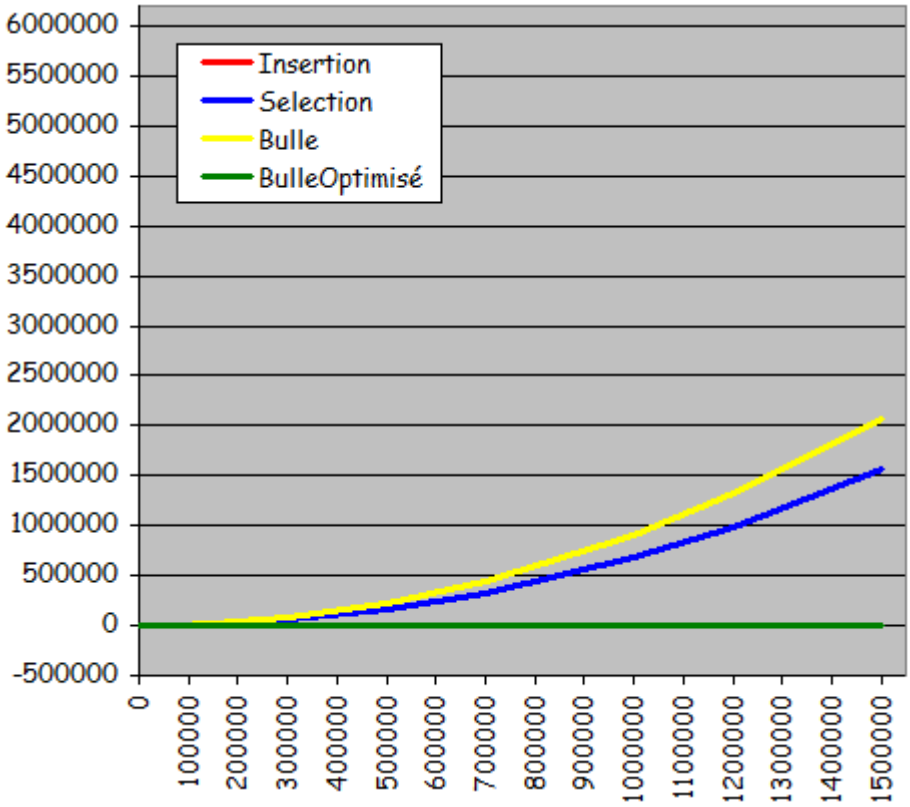
- Séries quasi-triées (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs voisines)



Temps de tri pour des séries quasi-triées
(à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs voisines)

- Performances encore en progression sauf pour le tri par sélection (inchangé)
- Tri à bulle optimisé très intéressant (c'est nouveau) par rapport au tri à bulle sans optimisation
- Tri par insertion: Le plus rapide

- Séries triées

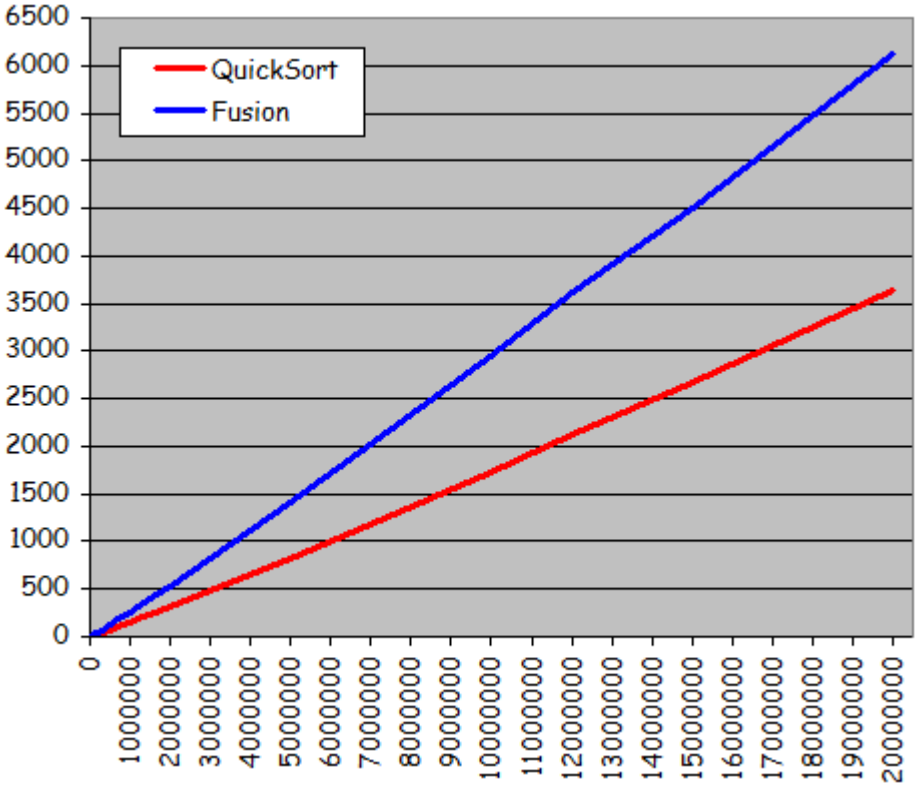


Temps de tri pour des séries triées

- Tri par insertion et tri à bulle optimisé extrêmement rapides (détection très efficace du tri préexistant)
- Accélération du tri à bulle mais de manière peu intéressante par rapport aux deux algorithmes précédents
- Tri par sélection inchangé

- **Comparaison des tris par fusion et rapide**

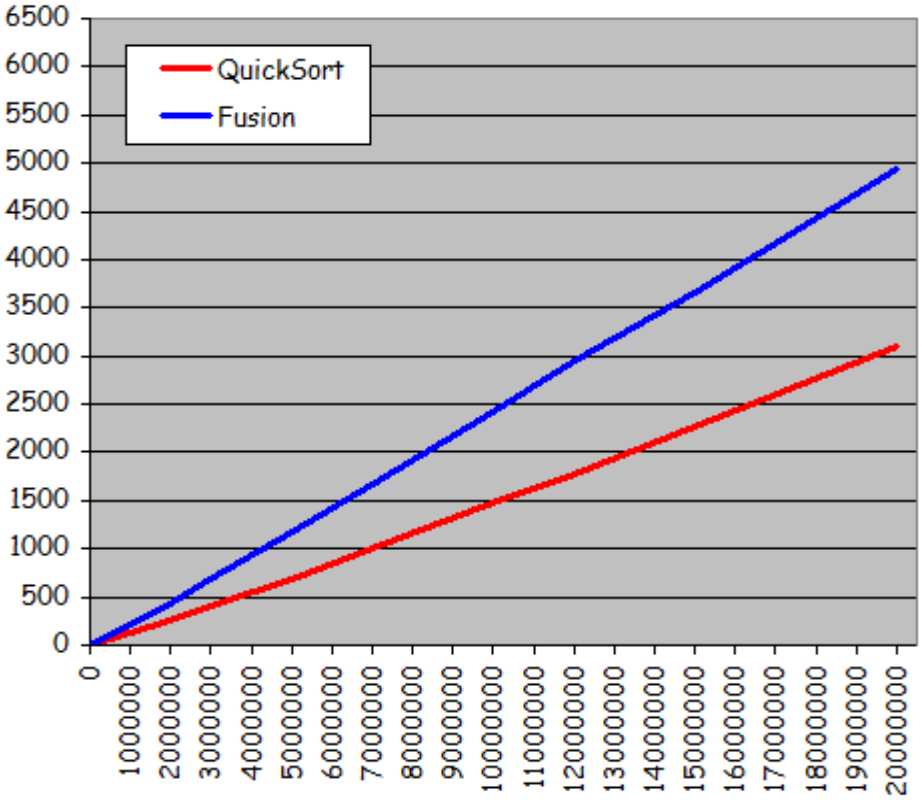
- Séries aléatoires



Temps de tri pour des séries totalement aléatoires

- Tri rapide plus rapide que tri par fusion: Gain uniforme d'environ 40%
- Courbes ressemblant à des droites

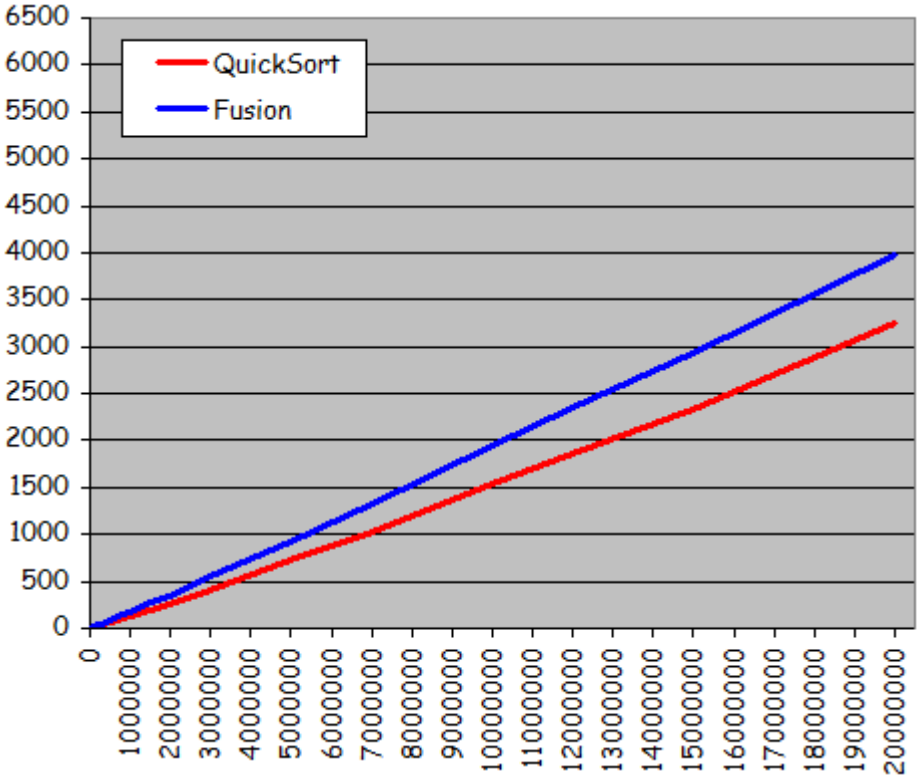
- Séries quasi-triées (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs d'indices quelconques)



Temps de tri pour des séries quasi-triées
(à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs d'indices quelconques)

- Tri rapide toujours plus performant pour un gain d'environ 40%

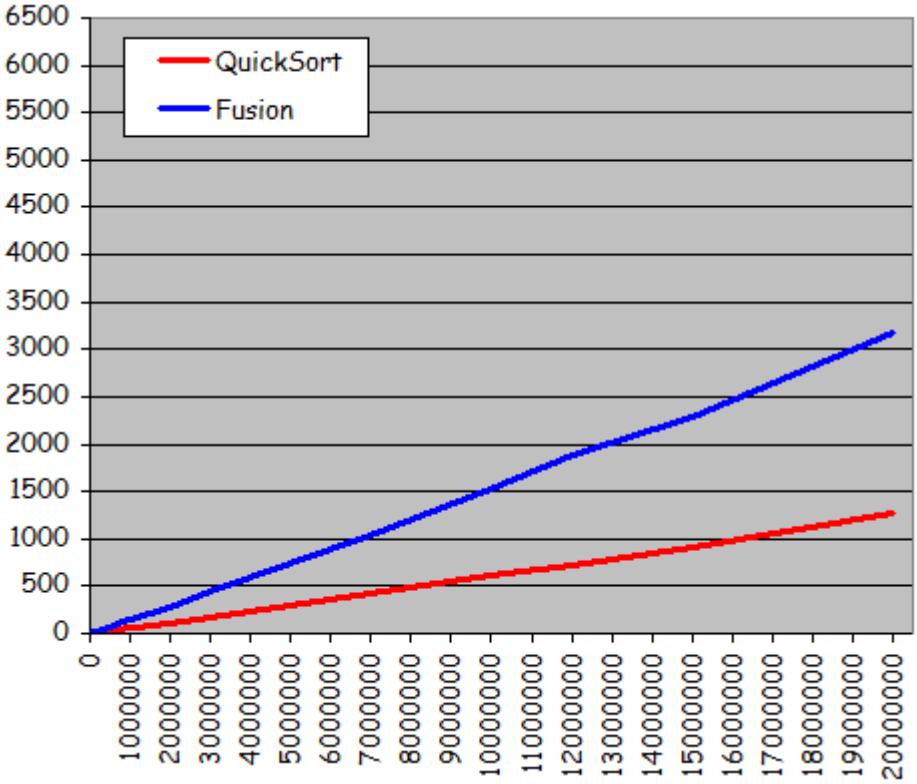
- Séries quasi-triées (à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs voisines)



Temps de tri pour des séries quasi-triées
(à partir de l'état trié, 10% de permutations entre valeurs voisines immédiates)

- Tri rapide plus efficace que tri par fusion: Gain d'environ 20%

- Séries triées



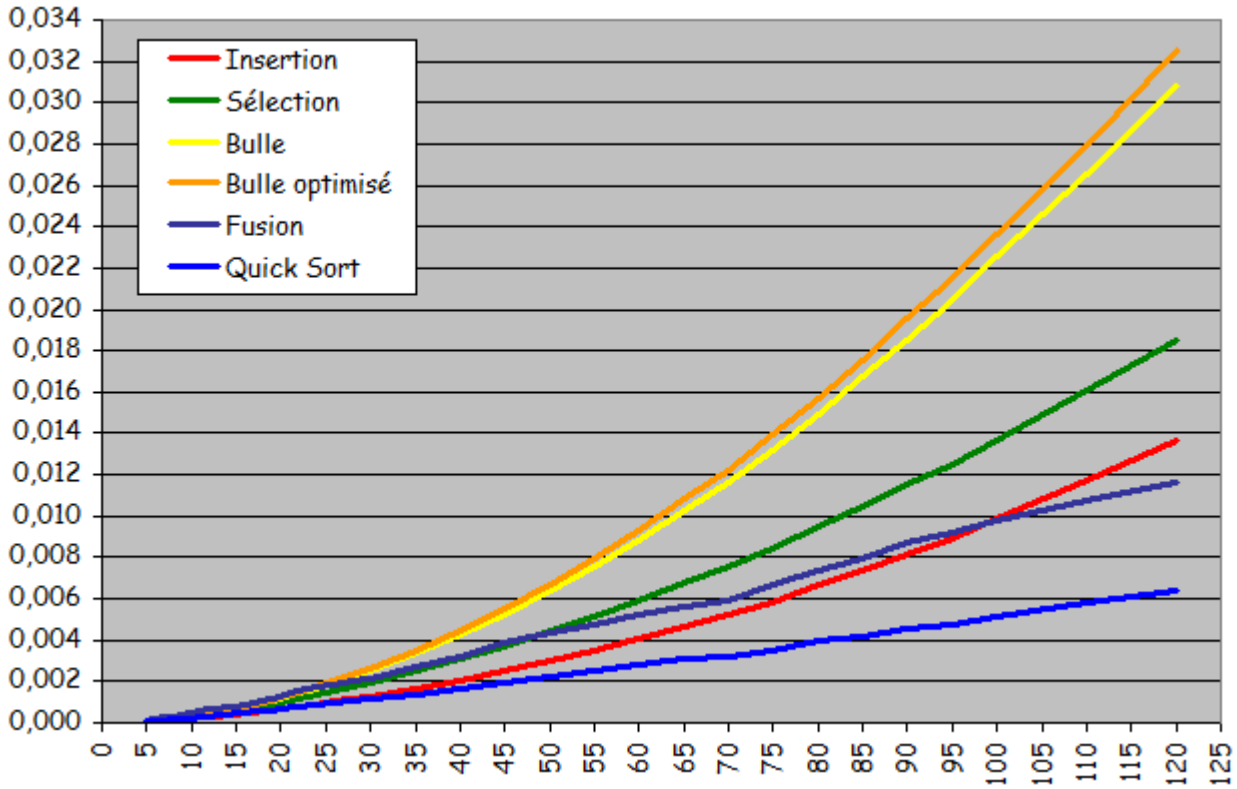
Temps de tri pour des séries triées

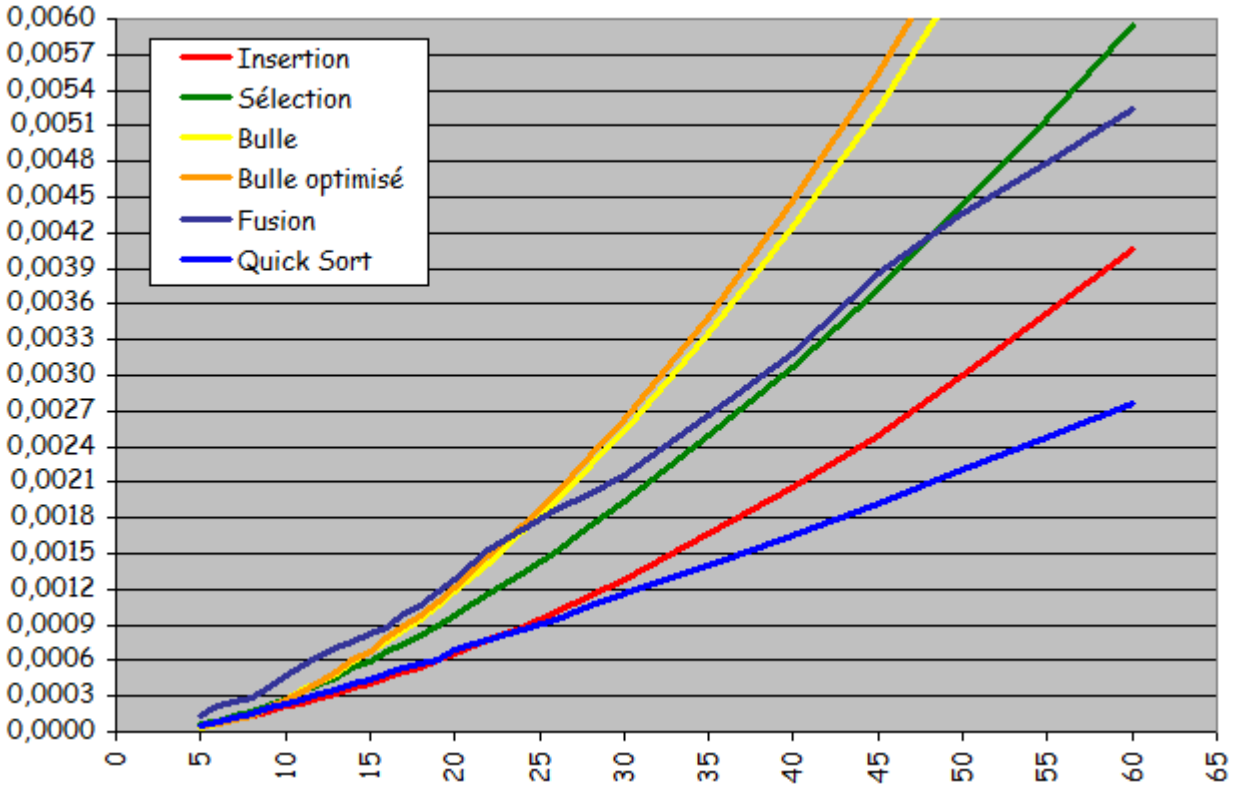
- Tri rapide encore le plus rapide: Gain uniforme d'environ 60%

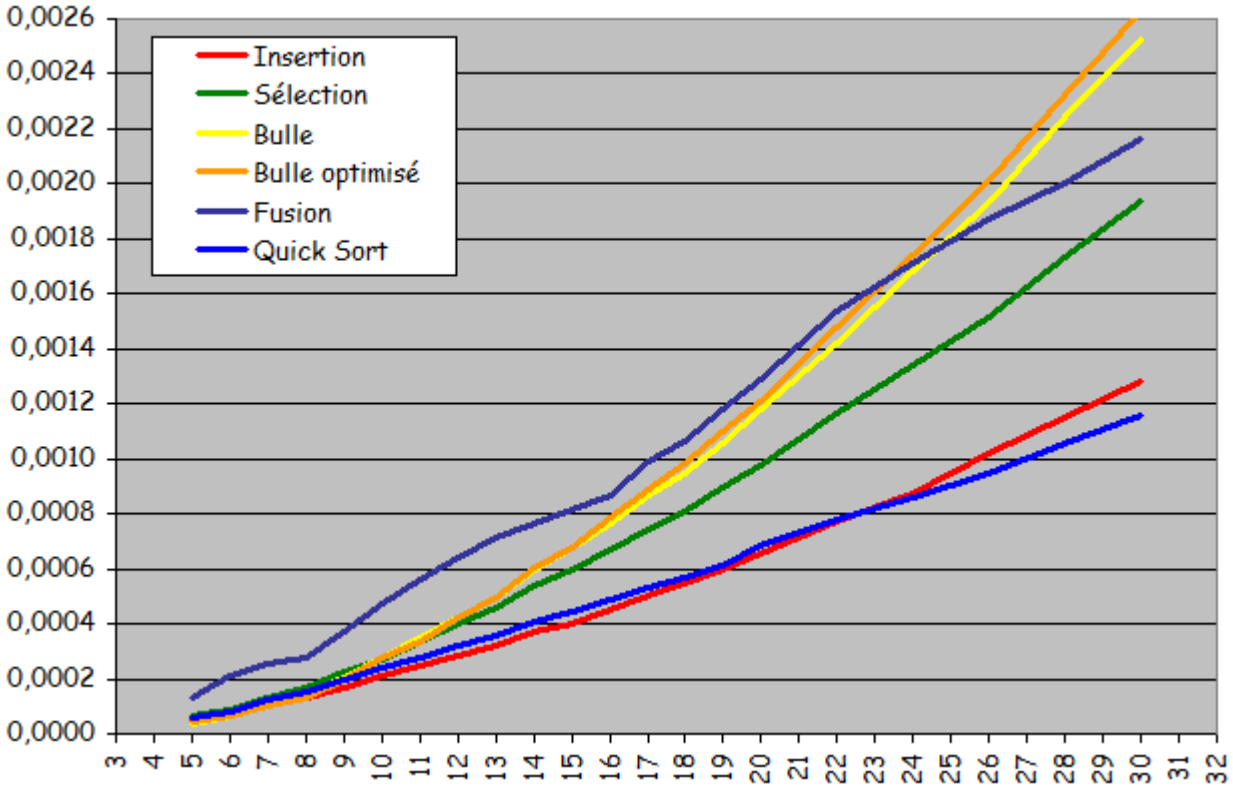
- Pour de très grands ensembles de données, tri rapide toujours plus intéressant que le tri par fusion
  Intrinsèquement plus rapide et meilleure exploitation d'une éventuelle pré-organisation de l'ensemble à trier
- Méthodes de tri dichotomiques incommensurablement supérieures aux méthodes de tri non dichotomiques quand utilisées sur de grands ensembles

- **Rapidité comparée des différents algorithmes pour les ensembles de petite taille**

- Performances sur des suites aléatoires de petites tailles


Insertion
Sélection
Bulle
Bulle optimisé
Fusion
Quick Sort
0,034
0,032
0,030
0,028
0,026
0,024
0,022
0,020
0,018
0,016
0,014
0,012
0,010
0,008
0,006
0,004
0,002
0,000
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100 105 110 115 120 125


Insertion
Sélection
Bulle
Bulle optimisé
Fusion
Quick Sort
0,0060
0,0057
0,0054
0,0051
0,0048
0,0045
0,0042
0,0039
0,0036
0,0033
0,0030
0,0027
0,0024
0,0021
0,0018
0,0015
0,0012
0,0009
0,0006
0,0003
0,0000
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65



- Tris rapide et par fusion assez rapidement (taille voisine de 100) les plus rapides
  (Ils le restent définitivement avec un avantage qui ne fait que croître)
- Jusqu'à une taille voisine de 25, tris par insertion et rapide de performances voisines (léger avantage pour le tri par insertion)
- Le tri rapide est "toujours" le plus rapide. Problème, c'est celui qui est le plus difficile à implanter.

Auteur: Nicolas JANEY
UFR Sciences et Techniques
Université de Besançon
16 Route de Gray, 25030 Besançon
nicolas.janey@univ-fcomte.fr