

## Le tri

### 1 Les méthodes de tri

Le problème de tri est une classique de l'algorithmique. Par exemple, il faut trier une liste d'élèves par ordre alphabétique ou encore les ranger dans l'ordre croissant de leur moyenne.

On peut trier tout type d'objets sur lequel on dispose d'une relation d'ordre total et d'une opération d'affectation.

Il existe de nombreuses méthodes de tris plus ou moins sophistiquées et de coût (nombre d'opérations de test et nombre d'opérations d'affectation) différent. Il n'est pas la peine d'utiliser une méthode sophistiquée pour trier un petit nombre d'objets. Pourtant, les exemples donnés dans ce T.D. sont toujours de taille limitée car ils permettent d'illustrer les méthodes de tri.

Pour l'ensemble de ce T.D., nous supposons une suite de nombre entiers  $a_i$  que l'on veut ranger en ordre croissant. Ainsi pour  $N=6$  la suite

28, 13, 20, 35, 19, 21

devra devenir

13, 19, 20, 21, 28, 35

Les éléments de la suite sont rangés dans un tableau  $T[0..N-1]$ .

On suppose également l'existence d'une procédure  $permuter(a,b)$  qui permute les valeurs de  $a$  et  $b$  (coût : 3 affectations).

*Remarque* : Pour chaque méthode présentée ci-dessous, on établira son algorithme et on calculera une borne minimum et une borne maximum de son coût ainsi que son coût moyen (pour ces calculs, on ne comptera pas les appels aux fonctions et actions).

### 2 Tri par sélection (par minimum successif)

Le tri par sélection est la méthode de tri la plus simple. Son principe est le suivant :

Pour  $deb$  variant de 0 à  $N-1$ , à l'étape  $deb$ , on recherche le minimum du sous-tableau  $T[deb..N-1]$  et on permute ce minimum avec  $T[deb]$ .

	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
	28	13	20	35	19	21
	↑	↑				
	<i>deb</i>	<i>min</i>				
Résultat étape 0	13	28	20	35	19	21
		↑			↑	
		<i>deb</i>			<i>min</i>	
Résultat étape 1	13	19	20	35	28	21
			↑			
			<i>deb, min</i>			
Résultat étape 2	13	19	20	35	28	21
				↑		↑
				<i>deb</i>		<i>min</i>
Résultat étape 3	13	19	20	21	28	35
					↑	
					<i>deb, min</i>	
Résultat étape 4	13	19	20	21	28	35

### 3 Tri à bulle

Le tri à bulle est une variante de tri par sélection. Son principe est le suivant :

1. Parcourir le tableau en permutant toute paire d'éléments consécutifs non ordonnés. Le parcours fait ainsi remonter le maximum en dernière position du tableau.
2. Recommencer l'étape 1 avec les sous-tableaux  $T[0..N-2]$ ,  $T[0..N-3]$ , ...,  $T[0..1]$ .

	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
	28	13	20	35	19
				↑	
				<i>fin</i>	
Résultat étape 0	13	28	20	28	35
			28	35	
			19	35	
	13	20	28	19	35
				↑	
				<i>fin</i>	
Résultat étape 1	13	20	20	28	35
			19	28	
			↑		
			<i>fin</i>		
Résultat étape 2	13	19	20	28	35
			↑		
			<i>fin</i>		
Résultat étape 3	13	19	20	28	35

### 4 Tri par insertion

Cette méthode est celle utilisée pour trier un paquet de cartes. On prend une carte, puis deux et on les met dans l'ordre si nécessaire, puis trois et on met la troisième carte à sa place dans les deux premières, et ainsi de suite. Le principe de ce tri est donc le suivant :

Pour  $i$  variant de 1 à  $N-1$ , à l'étape  $i-1$ , on insère  $T[i]$  à sa place dans le sous-tableau  $T[0..i-1]$ .

Dans l'exemple ci-dessous, on note *ins* l'indice d'insertion de  $T[i]$ .

	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
	28	13	20	35	19	21
	↑	↑				
	<i>ins</i>	<i>i</i>				
Résultat étape 0	13	28	20	35	19	21
		↑	↑			
		<i>ins</i>	<i>i</i>			
Résultat étape 1	13	20	28	35	19	21
			↑			
			<i>ins, i</i>			
Résultat étape 2	13	20	28	35	19	21
		↑			↑	
		<i>ins</i>			<i>i</i>	
Résultat étape 3	13	19	20	28	35	21
				↑	↑	
				<i>ins</i>	<i>i</i>	
Résultat étape 4	13	19	20	21	28	35

### 5 Exercice

1. Dans une librairie on voudrait faire des statistiques de vente dans une année, sur des livres d'histoire. Les livres sont repérés par un numéro allant de 0 à 100. A chaque vente de livre, on met à jour les informations nécessaires pour les statistiques. Supposons que l'on dispose, pour chaque livre de sa quantité vendue, écrire un algorithme qui permet de classer les livres en fonction de leur vente en commençant par les plus vendus.